COQ790 – Análise de Sistemas em Engenharia Química 2012

Segunda Lista de Exercícios – Treinamento com o Domínio de Laplace

1. (Matlab) Obtenha as respostas ao degrau de magnitude A aplicado aos seguintes sistemas de segunda ordem:

a. Sobre-amortecido;
b. Criticamente amortecido;
c. Subamortecido.

2. (Papel e Matlab) Um sistema de segunda ordem tem a seguinte função de transferência:

$$Y(s) = \frac{2{,}5}{25s^2 + 5s + 1} U(s) \,,$$

onde a unidade do tempo é hora. O valor inicial, no estado estacionário, para a variável de saída é 20psig e da variável de entrada é 4gpm. No tempo t=0h, uma perturbação do tipo degrau negativo é aplicada, de 4gpm para 3gpm. Pede-se:

a. Qual é o valor final da variável de saída;
b. Quando a variável de saída atinge pela primeira vez seu valor final?
c. Qual é o valor mínimo da variável de saída?
d. Quando a variável de saída atinge pela primeira vez seu valor mínimo?
e. Faça um gráfico da resposta do sistema com o tempo.

3. (Papel e Matlab) Considere a seguinte EDO de segunda ordem:

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2)\frac{dy}{dt} + y = k\tau_n \frac{du}{dt} + ku \,,$$

com as seguintes condições y'(0)=y(0)=u'(0)=u(0)=0. Pede-se:

a. Encontre a transformada de Laplace da equação diferencial; escreva esta expressão na forma Y(s)=g(s)U(s);
b. Admita que uma perturbação do tipo degrau de magnitude A na variável u ocorre no tempo t=0; encontre a resposta do processo no domínio do tempo usando frações parciais;
c. Faça um gráfico da resposta do sistema com o tempo, usando como parâmetros k=1, τ_1=3, τ_2=10, para valores de τ_n variando de 3 a 10, e depois de -10 a 0.

4. (Papel e Matlab) Considere o seguinte sistema de EDOs:

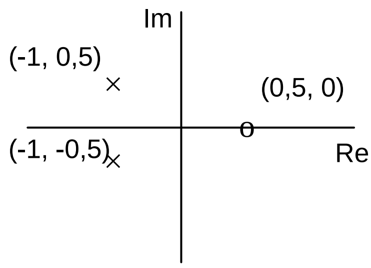
$$\begin{aligned} \tau_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 &= k_1 u \\ \tau_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 &= k_2 u \end{aligned} \,,$$

com as seguinte relação $y = x_1 + x_2$, onde x_1 e x_2 são as duas variáveis de estado, y é a variável de saída e u é a variável de entrada. Pede-se:

a. Mostre que estas duas equações podem ser combinadas em uma única equação na forma do **Problema 3**; encontre k e τ_n como função de k_1, k_2, τ_1 e τ_2;

b. Admita que uma perturbação do tipo degrau de magnitude A na variável u ocorre no tempo t=0; faça um gráfico de $x_1(t)$, $x_2(t)$ e y(t) para A=1, k_1=-1, k_2=2, τ_1=3 e τ_2=10.

5. (Papel e Matlab) Um processo tem dois polos e um zero. Os polos estão localizados em -1 ± 0,5i e o zero está localizado em 0,5 (ver plano complexo abaixo). Esboce o tipo de resposta que você esperaria para uma perturbação do tipo degrau unitário na variável de entrada. Explique. Encontre a função de transferência e verifique seus resultados admitindo que o processo tem ganho unitário.



6. (Papel e Matlab) Considere o seguinte modelo no espaço de estado:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2,405 & 0\\ 0,833 & -2,238\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}7\\ -1,117\end{bmatrix}u,$$

$$y = \begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

Pede-se:

a. Encontre a função de transferência g(s), onde Y(s)=g(s)U(s);

b. Encontre os polos e zeros;

c. Faça um gráfico da resposta a uma perturbação do tipo degrau unitário;

d. Faça um gráfico da resposta à perturbação do tipo impulso unitário.

7. (Papel e Matlab) A resposta de um processo de segunda ordem sub-amortecido tem um tempo de subida de 1h, e apresenta um valor máximo de 15^{o}C (em variáveis desvio), após uma perturbação degrau no tempo t=0. Após um longo período, a saída do processo é 12^{o}C (novamente em variáveis desvio). Pede-se:

a. Qual é o valor de τ?

b. Qual é o valor de ξ?

c. Quais são os pólos? Mostre sua localização no plano complexo.

8. (Papel) Considere a função de transferência de terceira ordem abaixo, onde β é um parâmetro. Encontre as condições sobre o parâmetro β que resultarão em resposta inversa.

$$g(s)=\frac{(2s^2+s+\beta)}{(5s+1)(3s+1)(2s+1)},$$

Mostre seu trabalho e explique sua resposta.

9. (Papel) Considere a função de transferência de segunda ordem com dinâmica no numerador:

$$Y(s)=\frac{k(\eta s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}U(s).$$

Admita que τ_1 representa a menor constante de tempo do denominador. Admita que uma perturbação do tipo degrau com magnitude A na variável de entrada do processo. Mostre que ocorre um máximo na resposta y(t) se $\eta>\tau_2$, e que um mínimo ocorre se $\eta<0$ (indicando resposta inversa). Mostre também que não existe ponto de máximo ou mínimo se $0<\eta<\tau_2$. **Dica:** lembre-se que um ponto de máximo ou mínimo em y(t) implica que dy(t)/dt=0.

10. (Papel e Matlab) Considere a seguinte função de transferência:

$$g(s)=\frac{12s+2}{3s^2+4s+1}.$$

Pede-se:

- **a.** Escreva g(s) na forma polinomial: $g(s)=\dfrac{k(\eta_1 s+1)}{\tau^2 s^2+2\xi\tau s+1}$;
- **b.** Escreva g(s) na forma com ganho e constantes de tempo: $g(s)=\dfrac{k(\eta_1 s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$;
- **c.** Escreva g(s) na forma com pólos e zeros: $g(s)=\dfrac{k_1(s-z_1)}{(s-p_1)(s-p_2)}$.

11. (Papel e Matlab) Considere um reator contínuo do tipo tanque agitado onde ocorre a reação irreversível $A\rightarrow B$. As equações do modelo são:

$$\begin{aligned}\frac{dC_A}{dt}&=-\left(\frac{F_e}{V}+k\right)C_A+\frac{F_e}{V}C_{Ae}\\ \frac{dC_B}{dt}&=kC_A-\frac{F_e}{V}C_B\end{aligned}.$$

Os seguintes parâmetros e valores das variáveis de entrada no estado estacionário são: $(F_e/V)_{EE}$=0,2 min^{-1}, k=0,2 min^{-1}, $(C_{Ae})_{EE}$=1 gmol/L. Considere para o seu problema que a variável de entrada é C_{Ae} e a variável de saída é C_B. Observe que os valores das variáveis de estado no estado estacionário são $(C_A)_{EE}=(C_B)_{EE}$=0,5 gmol/L. Pede-se:

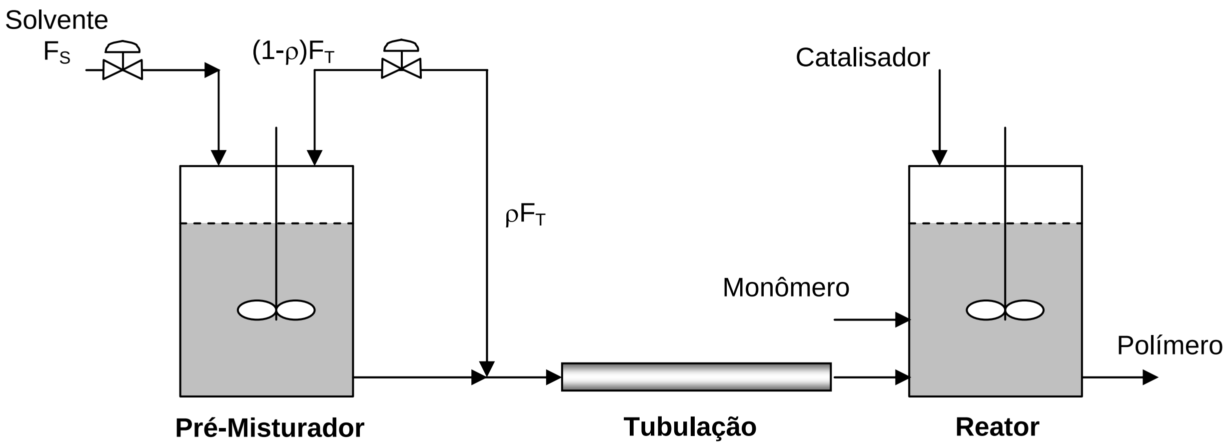
- **a.** Mostre que a função de transferência relacionando a concentração de A na alimentação com a concentração de B é:

$$g(s)=\frac{0{,}5}{(5s+1)(2{,}5s+1)}$$

onde o ganho é dado em (gmol de B/L)/(gmol A/L), e a unidade de tempo é minuto.

b. No tempo t=0 aplica-se uma perturbação pulso de magnitude 0,5 gmol de A/L e duração de 1min. Faça um gráfico mostrando a resposta do sistema.

12. (Papel e Matlab) A unidade de produção de um certo polímero consiste basicamente do conjunto mostrado na figura abaixo: um pré-misturador e um reator conectados em série por um tubo cujo comprimento não é desprezível.



O pré-misturador é um tanque agitado no qual uma elevada corrente de solvente inerte **S** (vazão volumétrica F_S) é misturada com uma pequena vazão de agente de transferência de cadeia **A** (vazão volumétrica F_T). De acordo com o projeto, uma fração ρ da corrente de agente de transferência de cadeia é alimentada diretamente na saída do pré-misturador. O monômero **M** e o catalisador **C** são alimentados no reator contínuo do tipo tanque agitado, como também a corrente diluída de agente de transferência de cadeia do pré-misturador. O polímero é retirado na saída do reator e separado do monômero não reagido e solvente em outra seção que não é de nosso interesse agora.

O objetivo principal é controlar a viscosidade da solução polimérica normalizada ajustando-se a razão F_T/F_S. As variáveis pertinentes são definidas a seguir, em termos e desvios a partir dos valores estacionários:

u = razão F_T/F_S;
v = concentração do agente de transferência de cadeia medida na alimentação do tubo;
w = concentração do agente de transferência de cadeia medida na entrada do reator;
y = viscosidade da solução polimérica normalizada na saída do reator.

dado que as seguintes funções de transferência são razoavelmente adequadas para cada porção indicada do conjunto indicado:

Pré-misturador: $g_1(s) = \dfrac{5s+1}{10s+1}$,

Tubo: $g_2(s) = e^{-6s}$,

Reator: $g_3(s) = \dfrac{25}{12s+1}$,

onde a unidade do tempo é minutos e todas as outras unidades são unidades normalizadas de acordo com padrões industriais para este produto, pede-se:

a. Qual é a função de transferência global (para todo o processo de polimerização) que relaciona, em termos de variáveis desvio, a variável de entrada do processo (F_T/F_S) com a variável de saída (a viscosidade da solução polimérica normalizada)?

b. Obtenha expressões matemáticas individuais para a resposta de v(t), w(t) e y(t) para um degrau de magnitude 0,02 em u(t). Esboce as respostas obtidas separadamente, mostrando claramente todas as características distintas importantes;

c. Se uma modificação no processo tem o efeito aparente de deslocar a localização do zero de $g_1(s)$ de sua localização original no plano complexo para s=-0,05, esboce as novas respostas v(t), w(t) e y(t) para a mesma perturbação degrau de magnitude 0,02 em u(t), admitindo que apenas a dinâmica do pré-misturador foi afetada pela modificação do processo. Mostre claramente todas as características distintas importantes de cada resposta.

13. (Papel e Matlab) Após linearização do conjunto original de seis equações diferenciais ordinárias, não lineares e acopladas, que descrevem a dinâmica de um processo de separação industrial, simplificações adicionais e a transformada de Laplace resultaram na seguinte função de transferência relacionando a entrada com a saída do processo:

$$Y(s) = \frac{10{,}3}{(1{,}5s+1)^5(15{,}2s+1)} U(s) .$$

Use seu simulador de processos favorito para obter a resposta deste processo a um degrau unitário e compare a resposta com aquela obtida a partir da função de transferência:

$$g(s) = \frac{10{,}3e^{-7{,}5s}}{15{,}2s+1} .$$

Como esta função de transferência está relacionada com aquela obtida do modelo original do processo? Avalie a razoabilidade de utilizar esta função de transferência em lugar da original, mais complicada.