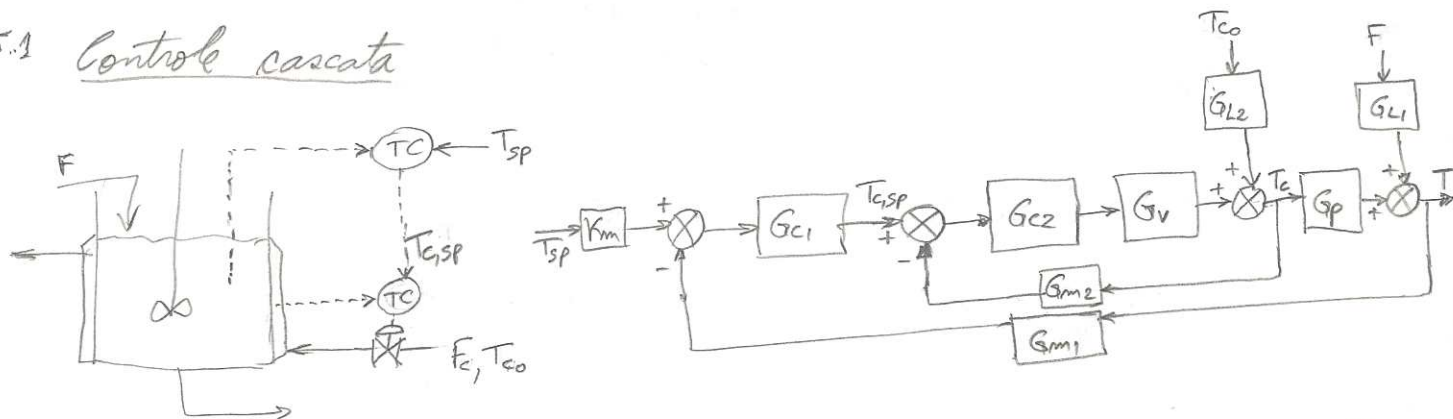


5 - Estratégias de Controle Avançado

- controles clássicos
 - PID
 - on-off (bang-bang)
 - razão
 - antecipatório (modelos estacionários, dinâmicos, lead-lag)

5.1 Controle cascata



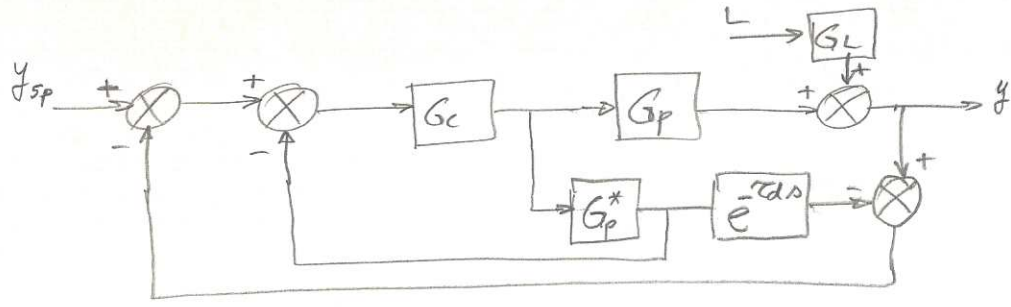
- Malha externa (controlador mestre) → gera o set-point para a malha interna (controlador escravo).
- A malha interna é utilizada para fornecer uma informação antecipada de perturbações sobre variáveis que afetam a variável controlada.
- A malha interna deve ser mais rápida que a malha externa. Usando controle clássico, em geral a malha interna é um PI ou PI e a externa um PI ou PID.
- O controle cascata apresenta melhores características de estabilidade, possibilitando o uso de ganhos maiores.

5.2 Compensador de tempo morto

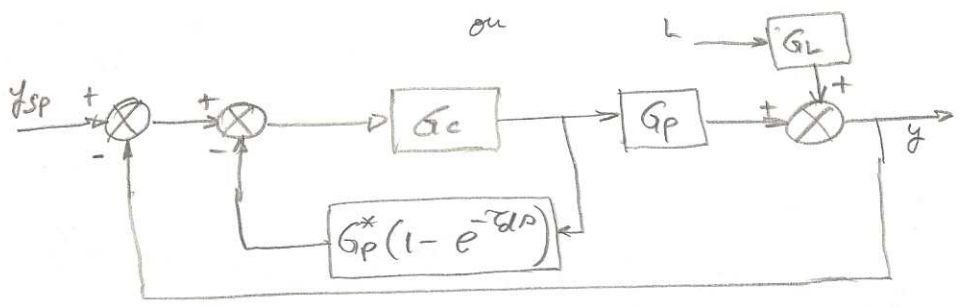
- Como o tempo morto proporciona um atraso de fase, prejudicando a estabilidade da malha fechada, então o ganho do controlador deve ser reduzido quando comparado ao processo sem tempo morto. Portanto, compensar o tempo morto implica em um melhor desempenho para o controlador.

Preditor de Smith: técnica baseada no modelo do processo, onde a função de transferência do processo é dividida em duas partes:

- parte sem tempo morto
- termo do tempo morto



ou



onde $\tilde{G}_p = G_p^* e^{-\tau_{da}}$ é um modelo para o processo G_p .

G_p^* é usado para prever o efeito da ação de controle sobre o processo

$e^{-\tau_{da}}$ é usada para atrasar a saída predita de modo a comparar com a saída real (sujeita a perturbações de carga)

Para um modelo perfeito do processo ($\tilde{G}_p = G_p$), tem-se

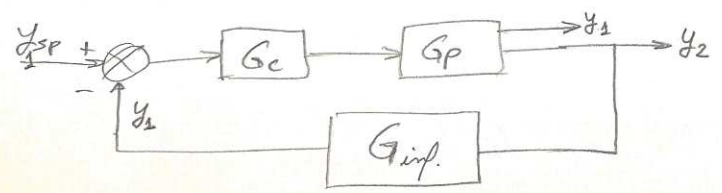
$$\frac{y}{y_{sp}} = \frac{G_c G^* e^{-\tau_{da}}}{1 + G_c G^*} \quad \text{usando o preditor de Smith}$$

$$\text{e } \frac{y}{y_{sp}} = \frac{G_c G^* e^{-\tau_{da}}}{1 + G_c G^* e^{-\tau_{da}}} \quad \text{sem o preditor de Smith}$$

onde observa-se que o preditor de Smith remove o tempo morto da equação característica. Contudo, incertezas no modelo maiores que 30% podem tornar esta técnica inferior a controles clássicos.

5.3 Controle inferencial

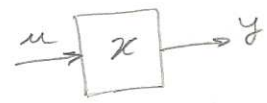
Usado quando a variável controlada não pode ser medida diretamente, ou rapidamente.



5.3.1 Controlabilidade e observabilidade

Seja o seguinte sistema dinâmico linear:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$



$$\begin{aligned}
 x &\in \mathbb{R}^n \\
 u &\in \mathbb{R}^m \\
 y &\in \mathbb{R}^m
 \end{aligned}$$

$$y(t) = Cx + Du$$

e $P^{-1}AP = \Lambda$ uma diagonalização. Então

O sistema é controlável se e somente se para todo estado inicial $x(t_0)$, existe uma entrada contínua por partes $u(t_0, t_1]$, tal que $x(t_1) = 0$ para algum $t_1 > t_0$ finito.

$$z = P^{-1}x \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \Lambda z + P^{-1}Bu$$

$$y(t) = CPz + Du$$

• se $P^{-1}B$ possuir alguma linha nula, i , então a variável de estado z_i não será afetada por qualquer ação de controle u . (x_i não é controlável)

O sistema é observável se e somente se para todo $t_1 > t_0$, a observação de $y(t_0, t_1]$, para qualquer $u(t_0, t_1]$ conhecida, permite calcular $x(t_0)$.

• se CP possuir alguma coluna nula, j , então a variável de estado z_j não afeta y . (x_j não é observável).

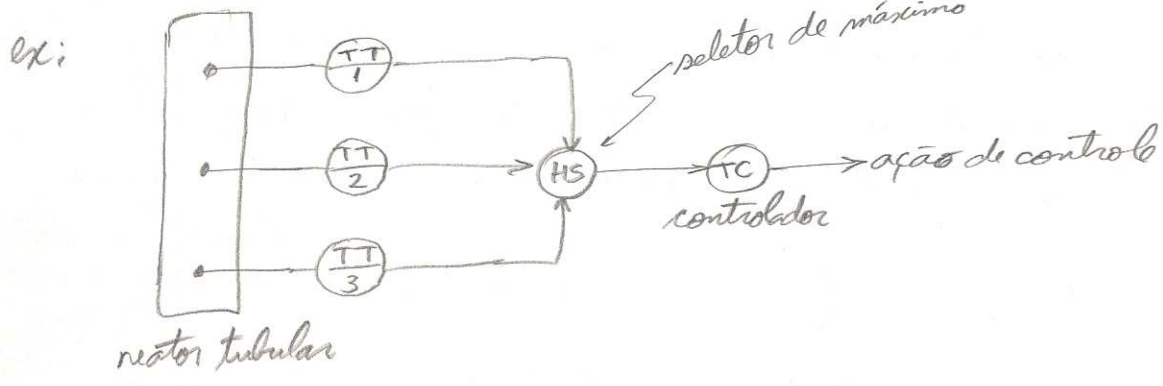
5.4 Controle seletivo

Quando em um sistema multivariável existe mais variáveis controladas do que variáveis manipuladas, não é possível eliminar "off-sets" de todas as variáveis controladas para perturbações arbitrárias de carga ou setpoint (isto pode ser visto sob o ponto de vista de graus de liberdade).

Uma forma de resolver este problema é o uso de seletores para escolher a variável controlada mais apropriada. Outra alternativa é o uso de controle multivariável.

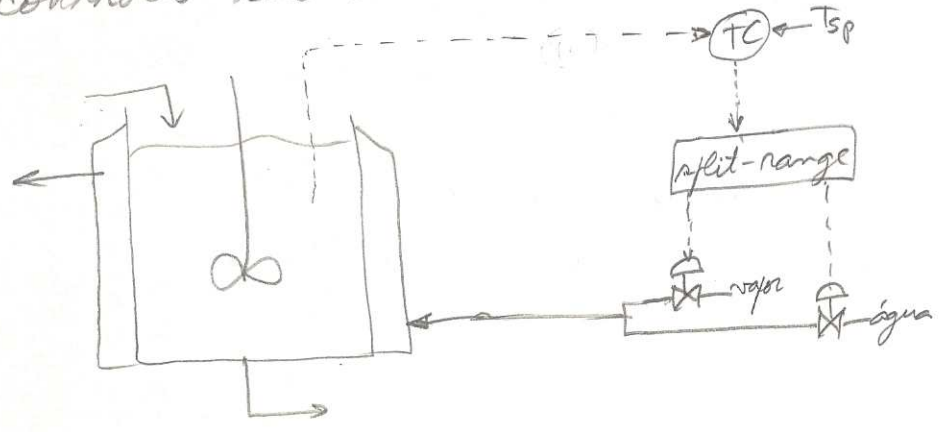
O seletores podem ser usados para:

- múltiplos pontos de medida
- múltiplos elementos finais de controle
- múltiplos controladores.



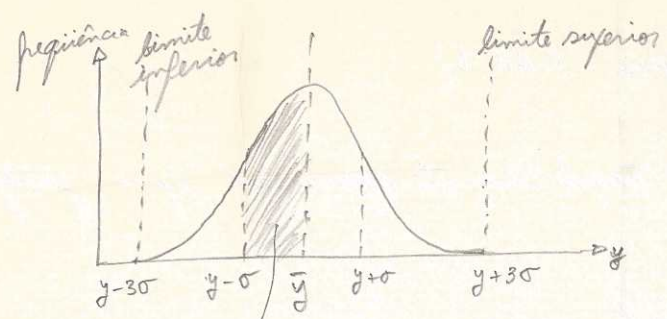
Uso de restrições na variável manipulada é um tipo de controle seletivo, onde dentro dos limites admissíveis utiliza-se uma estratégia de controle e ao atingir alguma restrição adota-se outra estratégia.

Controladores do tipo split-range também pertencem a classe de controles seletivos



5.5 Controle estatístico de qualidade (SQC) ou controle estatístico de processo (SPC)

Faz uso de conceitos estatísticos para determinar se um processo está operando satisfatoriamente (ou sob controle), isto é, a variação da qualidade do produto está dentro de limites aceitáveis, geralmente valores máximos e mínimos de especificações de produto.



$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\sigma = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)^{1/2}$$

área região de confiança $\left\{ \begin{array}{l} 95\% \Rightarrow \bar{y} \pm 2\sigma \\ 99,7\% \Rightarrow \bar{y} \pm 3\sigma \end{array} \right\}$ para uma distribuição normal
 \rightarrow probabilidade de y estar entre $[y - \sigma, \bar{y}]$

SQC é uma ferramenta de diagnóstico apenas, pois ele não identifica a fonte do problema e não executa ações corretivas. Em processos contínuos, o uso de SQC pode auxiliar na detecção de problemas de controle, tais como:

- perturbações climáticas persistentes
- mudanças não detectadas na qualidade da matéria prima
- malfuncionamento de instrumentos ou sistemas de controle.

Nestes casos, uma intervenção do setor de automação e controle deve ser solicitada.

5.6 Sistemas inteligentes (ou engenharia do conhecimento)

São sistemas utilizados para auxiliar o operador em situações de emergência, onde diversas ações devem ser tomadas em um curto espaço de tempo. Pois a resposta do operador depende:

- número de alarmes ativados
- frequência da ocorrência da situação anormal
- como as informações são apresentadas ao operador
- complexidade da planta
- inteligência e treinamento do operador
- experiência do operador
- reação do operador sob pressão.

5.7 Controle adaptativo (teoria: CAP. 7)

Algumas causas de mudanças de condição de operações que justificam o uso de controle adaptativo:

- atividade catalítica variável
- espumação em trocadores de calor
- operação em batelada
- partidas, paradas e falhas de operação
- variações climáticas
- mudanças na especificação do produto
- comportamentos não-lineares

Existem duas categorias de controle adaptativo:

- adaptação programada
- controlador auto-ajustável (STC)

5.7.1 Adaptação programada

Usado quando as mudanças no processo podem ser antecipadas ou medidas diretamente. Consiste no uso de diferentes parâmetros do controlador para cada condição de operação.

ex: controlador programado de ganho coordenado:

$$K_{OL} = K_c K_v K_p K_m \quad (\text{ganho em malha aberta})$$

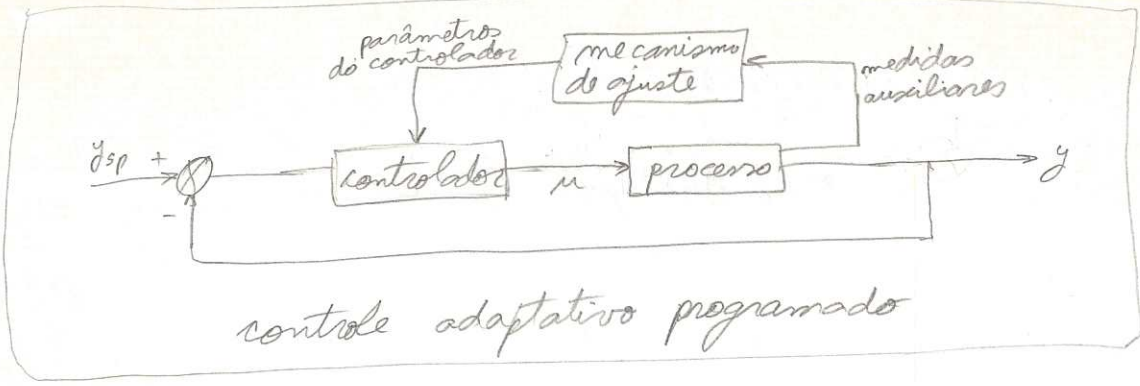
⇒ K_c é programado para manter K_{OL} constante.

→ ler exemplos das pgs 428-429 (Seborg, Edgar, & Mellichamp)

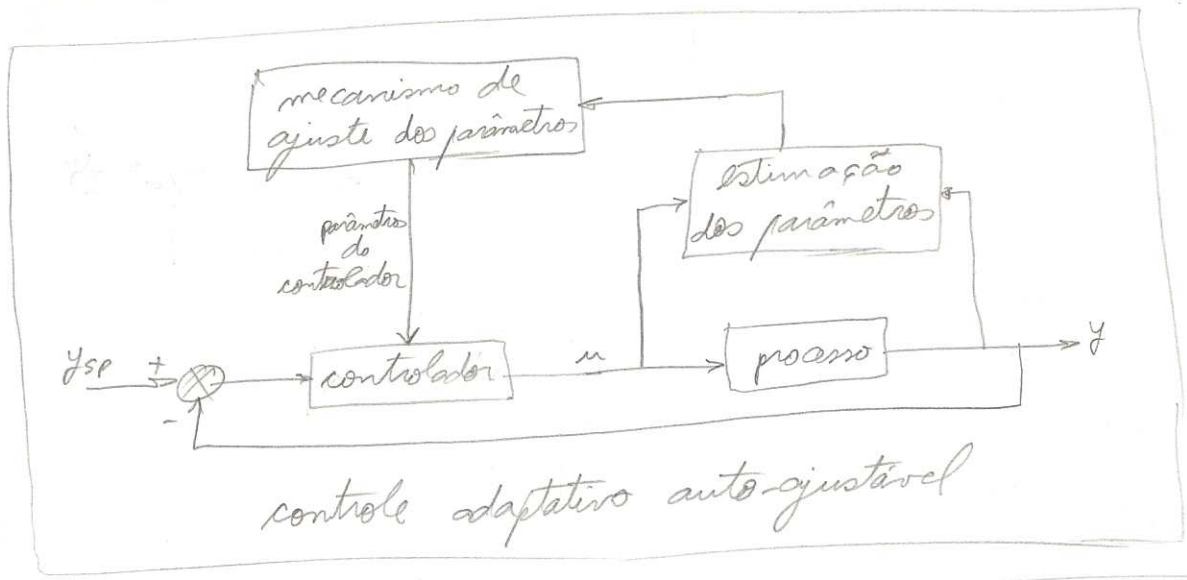
5.7.2 Controle auto-ajustável

Usado quando as mudanças no processo não podem ser medidas nem antecipadas. Consiste no uso de técnicas de estimação de parâmetros de modelos do processo, que servirão de base para os cálculos do controlador.

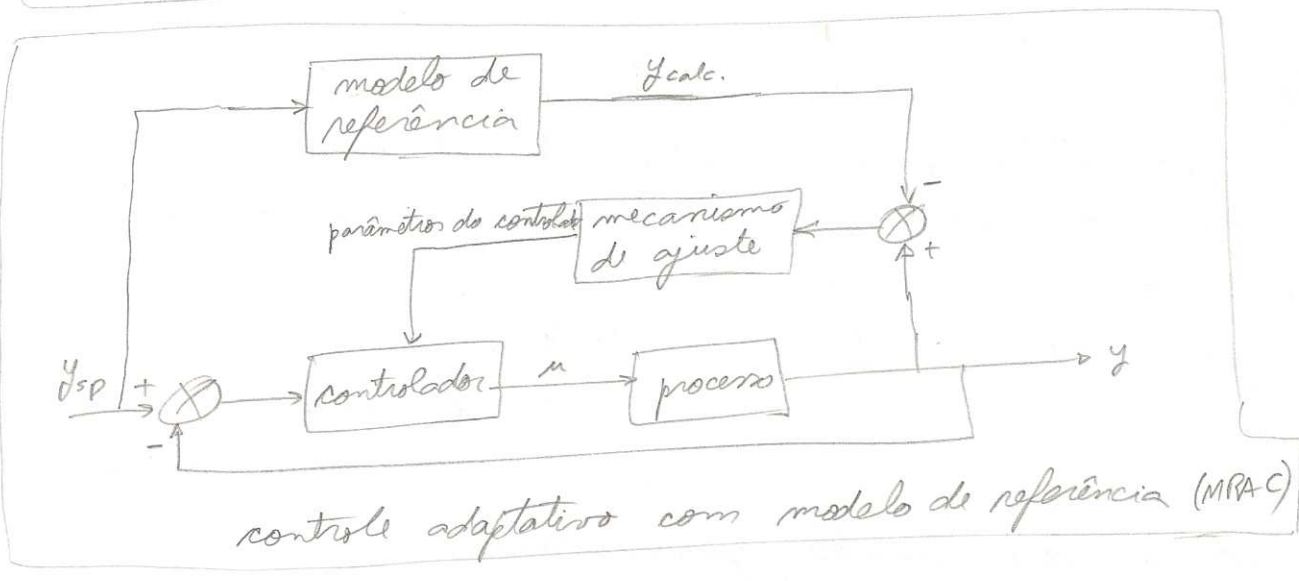
No caso de expressar os parâmetros do controlador como função dos parâmetros do modelo do processo, que são atualizados on-line via técnicas de estimação baseadas em dados de entrada/saída, tem-se os controladores do tipo auto-ajustável (STC) ou reguladores do tipo auto-ajustável (STR). → para perturbações estocásticas



controle adaptativo programado



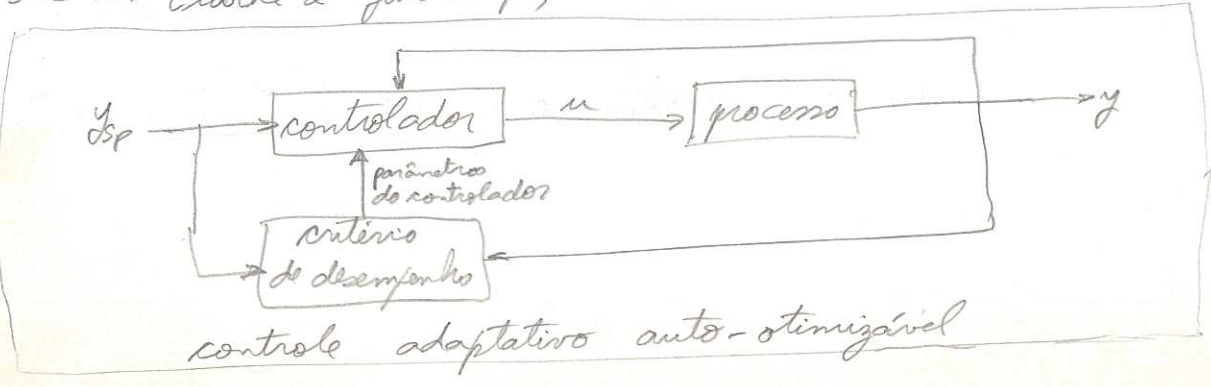
controle adaptativo auto-ajustável



controle adaptativo com modelo de referência (MRAC)

Nestas estratégias, o controlador utiliza o critério de variância mínima para reduzir o erro na variável controlada (horizonte de predição do tamanho do tempo morto).

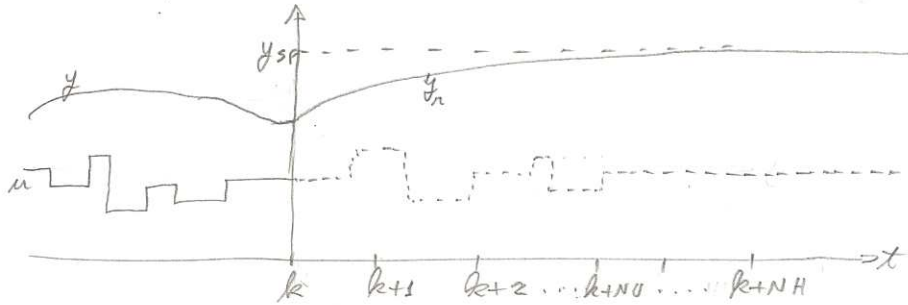
STR ⇒ Åström & Wittenmark, 1973
 STC ⇒ Clarke & Gawthrop, 1981



controle adaptativo auto-otimizável

5.8 Controle preditivo (teoria: CAP. 7)

Faz uso de modelos do processo para prever saídas futuras do processo por um longo período de tempo, utilizando estas previsões para otimizar os parâmetros do controlador,



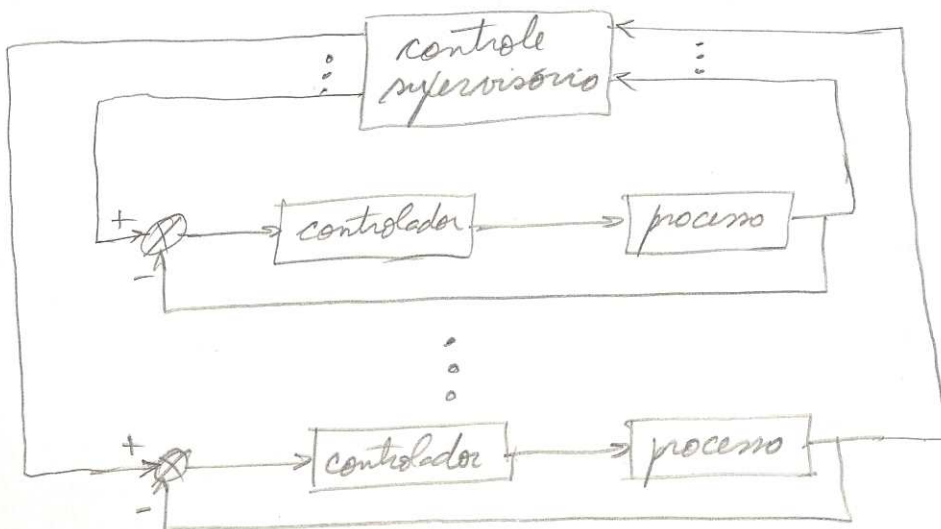
NU → horizonte de controle
 NH → horizonte de predição
 \$y_n\$ → trajetória de referência

através de um critério de desempenho, geralmente da forma:

$$J = \sum_{j=1}^{NH} [(y_{sp} - y_{n,j})^2 + \alpha (u_j - u_{j-1})^2]$$

5.9 Controle supervisorio

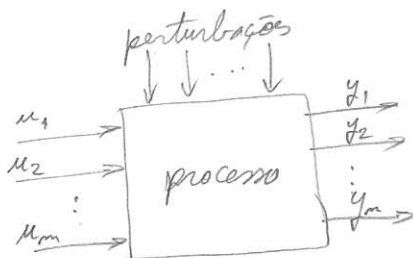
Consiste na determinação on-line de set-points das malhas de controle do processo de modo a alcançar o seu rendimento máximo, dentro das restrições operacionais. O controle supervisorio é geralmente formulado como um problema de otimização, onde a função objetivo é baseada em um modelo econômico e as restrições representam o modelo do processo e seus limites operacionais.



- Tipos de problemas de otimização:
- condições de operação
 - alocação de utilidades
 - coordenação de atividades

5.10 Controle MIMO

- controle com malhas múltiplas \Rightarrow várias malhas simples em uma estratégia de controle
- controle multivariável \Rightarrow uma malha complexa, onde cada variável manipulada é ajustada baseada no erro de todas as variáveis controladas.



$$Y(D) = G_p(D) U(D)$$

$$G_p(D) = \begin{bmatrix} G_{p11}(D) & G_{p12}(D) & \dots & G_{p1m}(D) \\ G_{p21}(D) & G_{p22}(D) & \dots & G_{p2m}(D) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{pm1}(D) & G_{pm2}(D) & \dots & G_{pmm}(D) \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y_1(D)}{U_1(D)} = G_{p11}(D) \quad ; \quad \frac{Y_i(D)}{U_j(D)} = G_{p1j}(D) \quad ; \quad \frac{Y_m(D)}{U_m(D)} = G_{pmm}(D)$$

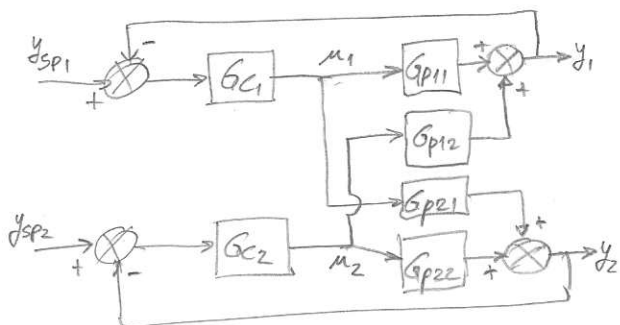
} somente s-ésima malha fechada

$$Y_j(D) = G_{j1}(D) U_1(D) + G_{j2}(D) U_2(D) + \dots + G_{jm}(D) U_m(D)$$

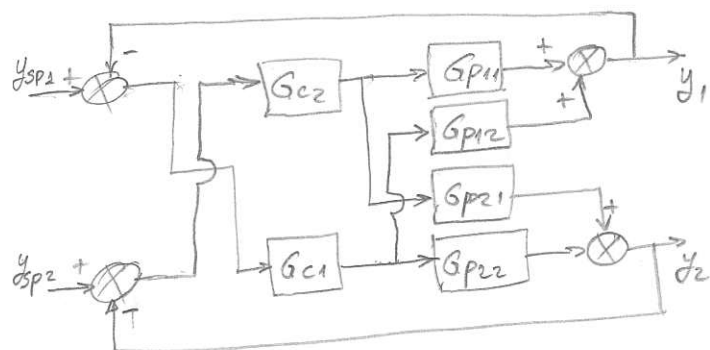
} todas as malhas fechadas

NOTA: em um controle com malhas múltiplas com n variáveis controladas e n variáveis manipuladas tem-se $n!$ possíveis combinações de malhas simples.

ex:
$$\begin{bmatrix} Y_1(D) \\ Y_2(D) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{p11}(D) & G_{p12}(D) \\ G_{p21}(D) & G_{p22}(D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(D) \\ U_2(D) \end{bmatrix}$$



par 1-1/2-2



par 1-2/2-1

As interações entre as malhas podem desestabilizar o sistema em malha fechada, além de dificultar o projeto dos controladores.

No caso de par 1-1/2=2 com $y_{sp2} = 0$, tem-se

$$\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_{p11} - \underbrace{\frac{G_{p12} G_{p21} G_{c2}}{1 + G_{c2} G_{p22}}}_{\text{termo de interação entre as malhas}}$$

A equação característica para este sistema é:

$$(1 + G_{c1} G_{p11})(1 + G_{c2} G_{p22}) - G_{c1} G_{c2} G_{p12} G_{p21} = 0$$

portanto, a estabilidade do sistema em malha fechada depende dos dois controladores, G_{c1} e G_{c2} , e de todas as funções de transferência do processo, G_{p11} , G_{p22} , G_{p12} e G_{p21} .

Para os casos particulares de $G_{p12} = 0$ ou $G_{p21} = 0$, tem-se

$$(1 + G_{c1} G_{p11})(1 + G_{c2} G_{p22}) = 0 \quad \text{que é equivalente}$$

$$a : \left. \begin{aligned} (1 + G_{c1} G_{p11}) &= 0 \\ (1 + G_{c2} G_{p22}) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{estabilidade de cada malha individual}$$

A estabilidade de um sistema de malhas múltiplas depende da configuração das malhas.

* ler exemplo 19.3 (Seborg, Edgar & Mellichamp)

5.10.1 Arranjo de Bristol (1966)

(método da matriz de ganhos relativos)

⇒ para sistemas $m \times m$

ganho relativo $\lambda_{ij} = \frac{\text{ganho estático com todas malhas abertas}}{\text{ganho estático com todas malhas fechadas menos a } (i,j)}$

λ_{ij} ← variável controlada
 λ_{ij} ← variável manipulada

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{u_{k \neq i}}}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{y_{k \neq i}}} \quad i, j = 1, \dots, m$$

Matriz de ganhos relativos: $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mm} \end{bmatrix}$ ("relative gain array")

$$\sum_i \lambda_{ij} = 1, \quad \sum_j \lambda_{ij} = 1$$

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \underbrace{\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right)_{u_{k+1}}}_{K_{11}} \Delta u_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_2}\right)_{u_{k+2}}}_{K_{12}} \Delta u_2 + \dots + \underbrace{\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_m}\right)_{u_{k+m}}}_{K_{1m}} \Delta u_m \\ &\vdots \\ \Delta y_m &= \underbrace{\left(\frac{\partial y_m}{\partial u_1}\right)_{u_{k+1}}}_{K_{m1}} \Delta u_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial y_m}{\partial u_2}\right)_{u_{k+2}}}_{K_{m2}} \Delta u_2 + \dots + \underbrace{\left(\frac{\partial y_m}{\partial u_m}\right)_{u_{k+m}}}_{K_{mm}} \Delta u_m \end{aligned}$$

$$\Delta y = K \Delta u \Rightarrow K = G_p(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G_p(s)$$

Para um processo 2x2 tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= K_{11} \Delta u_1 + K_{12} \Delta u_2 \\ \Delta y_2 &= K_{21} \Delta u_1 + K_{22} \Delta u_2 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right)_{y_2} \Rightarrow \Delta y_2 = 0 \quad \therefore \Delta u_2 = -\frac{K_{21} \Delta u_1}{K_{22}}$$

$$\Delta y_1 = \left(K_{11} - \frac{K_{21} K_{12}}{K_{22}}\right) \Delta u_1 \Rightarrow \left(\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right)_{y_2} = K_{11} \left(1 - \frac{K_{21} K_{12}}{K_{11} K_{22}}\right)$$

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{21} K_{12}}{K_{11} K_{22}}}$$

$$\lambda_{12} = 1 - \lambda_{11} \quad ; \quad \lambda_{21} = 1 - \lambda_{11} \quad ; \quad \lambda_{22} = 1 - \lambda_{12} = \lambda_{11}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{K_{11} K_{22}}{|K|} & -\frac{K_{12} K_{21}}{|K|} \\ -\frac{K_{12} K_{21}}{|K|} & \frac{K_{11} K_{22}}{|K|} \end{bmatrix} \quad ; \quad K^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{K_{22}}{|K|} & -\frac{K_{12}}{|K|} \\ -\frac{K_{21}}{|K|} & \frac{K_{11}}{|K|} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \forall m: \lambda_{ij} = K_{ij} \cdot H_{ij} \quad \text{onde} \quad H = (K^{-1})^T$$

Medida de interações usando a matriz de ganhos relativos:

$\lambda_{ij} = 1 \Rightarrow$ as outras malhas não afetam a malha (i,j) .

$\lambda_{ij} = 0 \Rightarrow u_j$ não afeta y_i .

$0 < \lambda_{ij} < 1 \Rightarrow$ ganho em malha aberta é menor que o ganho em malha fechada para o par (i,j) .
Portanto há interação entre malhas, tendo a máxima interação quando $\lambda_{ij} = 0,5$.

$\lambda_{ij} > 1 \Rightarrow$ as outras malhas ^{fechadas} reduzem o ganho da malha (i,j) . Sendo que o grau de interação aumenta com o aumento de λ_{ij} .

$\lambda_{ij} < 0 \Rightarrow$ as malhas interagem de modo competitivo. Sendo que o grau de interação aumenta com o decréscimo de λ_{ij} .

Portanto, a variável manipulada u_j pode ser arranjada com a variável controlada y_i quando $\lambda_{ij} > 0$ e

$\lambda_{ij} \sim 1$.

NOTA: - O método da matriz de ganhos relativos baseia-se somente em informações do estado estacionário.

- Se y_i é saída de um elemento integrador, então ela deve ser substituída por $\frac{dy_i}{dt}$ na análise da matriz de ganhos relativos. Pois neste caso não existe ganho estacionário.

- ler teorema pág 461 (Seborg, Edgar e Mellichamp)

5.10.2 Estratégias para reduzir interações entre malhas

a) usar parâmetros mais conservativos (fora de sintoma) para sistemas de malhas múltiplas que aqueles usadas para as malhas isoladamente.

\Rightarrow menor interação, mas também menor desempenho das malhas.

b) escolha de diferentes variáveis manipuladas e/ou controladas, através de mudanças de variáveis ou uso de formas funcionais entre as variáveis originais.

ex: exemplo 19.7 (Seborg, Edgar, Mellichamp)

c) uso de sistemas de controle desacoplados.

d) uso de estratégia de controle multivariável

e) análise de valores singulares (SVA - "singular value analysis")

§.10.3 Sistemas de controle desacoplados

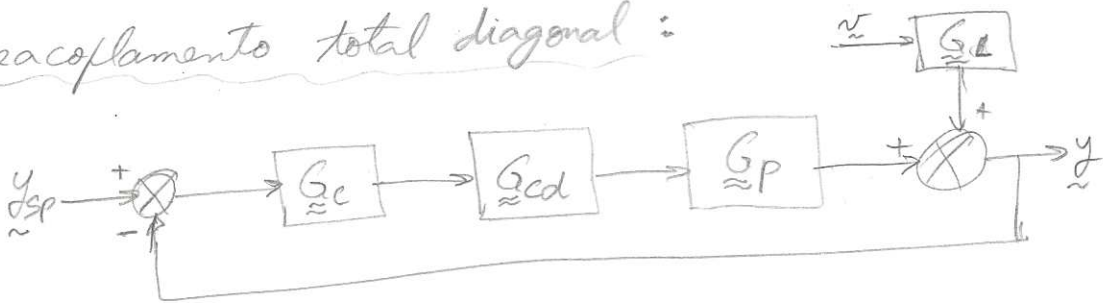
Redução das interações entre malhas com o uso de controladores desacopladores ou compensadores. Desta forma:

- a estabilidade do sistema é determinado pela estabilidade das malhas individuais

- mudanças de set-point em uma variável controlada não afeta as outras variáveis controladas

Nota: é uma estratégia muito sensível a imperfeições nos modelos do processo.

1) Desacoplamento total diagonal:



$$\underline{Y}(s) = (\underline{I} + \underline{G}_p \underline{G}_{cd} \underline{G}_c)^{-1} \underline{G}_p \underline{G}_{cd} \underline{G}_c \underline{Y}_{sp}(s) + (\underline{I} + \underline{G}_p \underline{G}_{cd} \underline{G}_c)^{-1} \underline{G}_L \underline{V}$$

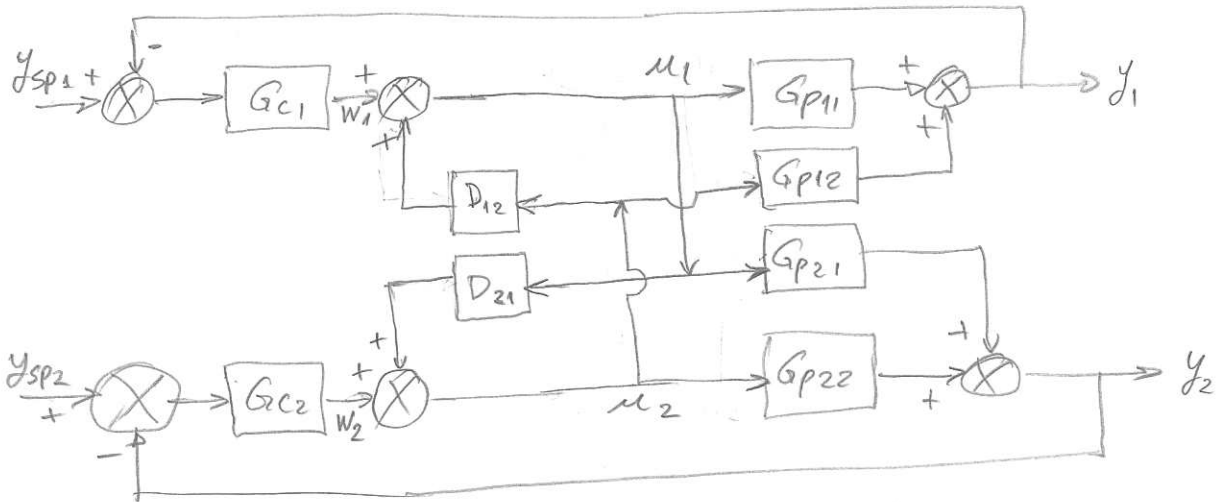
fazendo $\underline{G}_p \underline{G}_{cd} = \text{diag}(\underline{G}_p) \Rightarrow \underline{G}_{cd} = \underline{G}_p^{-1} \text{diag}(\underline{G}_p)$

tem-se:

$$\underline{Y}(s) = (\underline{I} + \text{diag}(\underline{G}_p) \underline{G}_c)^{-1} \text{diag}(\underline{G}_p) \underline{G}_c \underline{Y}_{sp}(s) + (\underline{I} + \text{diag}(\underline{G}_p) \underline{G}_c)^{-1} \underline{G}_L \underline{V}$$

$$\forall i \Rightarrow Y_i(s) = \frac{G_{p_{ii}} G_{c_{ii}}}{1 + G_{p_{ii}} G_{c_{ii}}} Y_{sp_{ii}}(s) + \frac{1}{1 + G_{p_{ii}} G_{c_{ii}}} \sum_{j=1}^n G_{L_{ij}} V_j(s)$$

ex: sistema 2x2



$$G_{p11} D_{12} u_2 + G_{p12} u_2 = 0$$

$$(G_{p11} D_{12} + G_{p12}) u_2 = 0, \quad u_2 \neq 0$$

$$D_{12} = - \frac{G_{p12}}{G_{p11}}$$

$$G_{p22} D_{21} u_1 + G_{p21} u_1 = 0$$

$$(G_{p22} D_{21} + G_{p21}) u_1 = 0, \quad u_1 \neq 0$$

$$D_{21} = - \frac{G_{p21}}{G_{p22}}$$

$$u_1 = w_1 + u_2 D_{12} \rightarrow u_1 - u_2 D_{12} = w_1$$

$$u_2 = w_2 + u_1 D_{21} \rightarrow u_2 - u_1 D_{21} = w_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{G_{p12}}{G_{p11}} \\ \frac{G_{p21}}{G_{p22}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{G_{p11} G_{p22}}{|G_p|} & - \frac{G_{p12} G_{p22}}{|G_p|} \\ - \frac{G_{p21} G_{p11}}{|G_p|} & \frac{G_{p11} G_{p22}}{|G_p|} \end{bmatrix}}_{G_{cd}} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G}_{cd} = \underline{G}_p^{-1} \text{diag}(\underline{G}_p)$$



2) Desacoplamento total:

fazendo $\underline{G}_p \underline{G}_{cd} = [\text{diag}(\underline{G}_p^{-1})]^{-1} \Rightarrow \underline{G}_{cd} = \underline{G}_p^{-1} [\text{diag}(\underline{G}_p^{-1})]^{-1}$

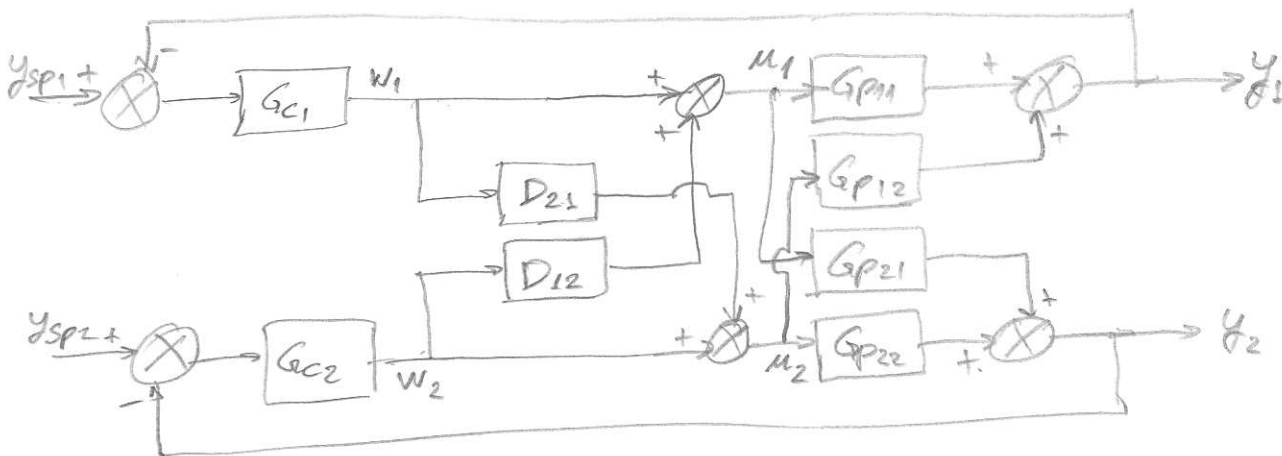
tem-se

$$\underline{Y}(s) = \left[\underline{I} + (\text{diag} \underline{G}_p^{-1})^{-1} \underline{G}_c \right]^{-1} (\text{diag} \underline{G}_p^{-1})^{-1} \underline{G}_c \underline{Y}_{sp}(s) + \left[\underline{I} + (\text{diag} \underline{G}_p^{-1})^{-1} \underline{G}_c \right]^{-1} \underline{G}_L \underline{V}(s)$$

$$\underline{H} = \underline{G}_p^{-1}$$

$$\forall i \Rightarrow Y_i(s) = \frac{H_{ii}^{-1} G_{ci}}{1 + H_{ii}^{-1} G_{ci}} Y_{spi}(s) + \frac{1}{1 + H_{ii}^{-1} G_{ci}} \sum_{j=1}^n G_{Lij} V_j(s)$$

ex: sistema 2x2



$$G_{p11} D_{12} w_2 + G_{p12} w_2 = 0$$

$$(G_{p11} D_{12} + G_{p12}) w_2 = 0, w_2 \neq 0$$

$$D_{12} = -\frac{G_{p12}}{G_{p11}}$$

$$G_{p22} D_{21} w_1 + G_{p21} w_1 = 0$$

$$(G_{p22} D_{21} + G_{p21}) w_1 = 0, w_1 \neq 0$$

$$D_{21} = -\frac{G_{p21}}{G_{p22}}$$

$$m_1 = w_1 + D_{12} w_2$$

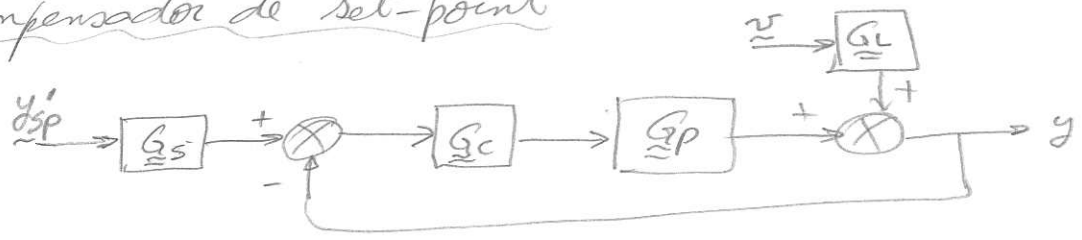
$$m_2 = w_2 + D_{21} w_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{p12}}{G_{p11}} \\ -\frac{G_{p21}}{G_{p22}} & 1 \end{bmatrix}}_{\underline{G}_{cd}} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G}_{cd} = \underline{G}_p^{-1} [\text{diag}(\underline{G}_p^{-1})]^{-1}$$

Observa-se que pela estrutura do controlador \underline{G}_{cd} , o desacoplamento total diagonal é mais sensível aos erros do modelo que o desacoplamento total.

3) Compensador de set-point



$$\underline{Y}(s) = \underbrace{[\underline{I} + \underline{G}_p \underline{G}_c]^{-1} \underline{G}_p \underline{G}_c \underline{G}_s}_{= \underline{I}} \underline{Y}_{sp}'(s) + [\underline{I} + \underline{G}_c \underline{G}_p]^{-1} \underline{G}_d \underline{V}(s)$$

$$\therefore \underline{G}_s(0) = \lim_{s \rightarrow 0} [(\underline{I} + \underline{G}_p \underline{G}_c)^{-1} \underline{G}_p \underline{G}_c]^{-1} = \underline{K}_m$$

4) Desacoplamento parcial

Pode-se fazer algum $D_{ij} = 0$ quando a variável controlada é menos importante do que as outras, ou quando deseja-se um sistema de controle mais robusto, isto é, menos sensível a erros de modelagem.

5) Desacoplamento estático

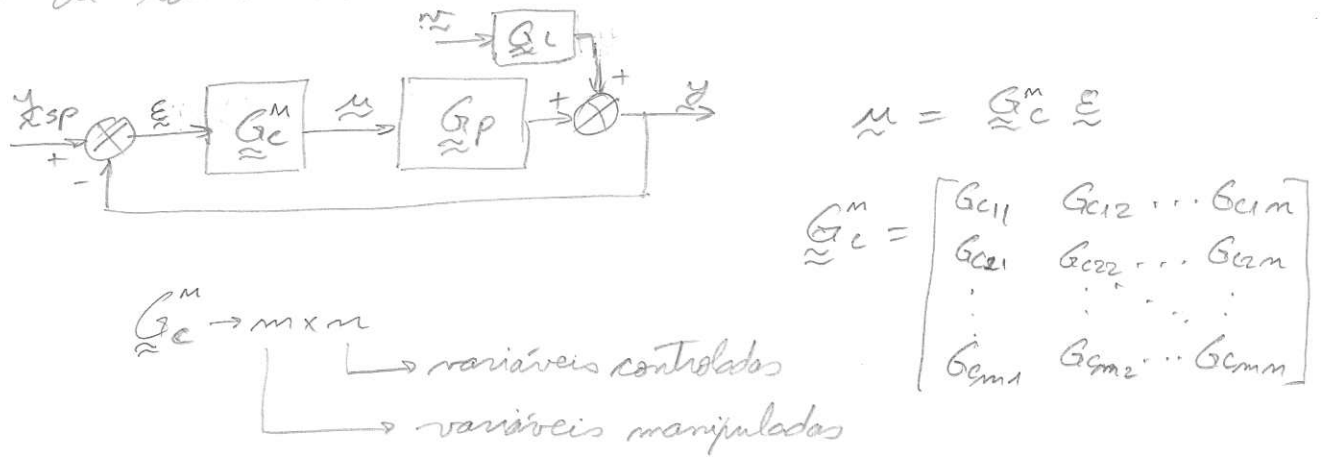
Usa $D_{ij}(0)$ ao invés de $D_{ij}(s)$, com a vantagem de ser sempre fisicamente realizável quando comparado ao desacoplamento dinâmico (ver exemplo 19.8 - Sborg, Ed., Md.)

6) Desacoplamentos não-lineares

ex: mudanças de variável

5.10.4 Controle Multivariável

Refere-se a uma classe de estratégias de controle onde cada variável manipulada é ajustada em função dos desvios de todas as variáveis controladas:



O caso particular onde $G_{cij} = 0 \ \forall i \neq j$ e $n=m$ corresponde a um sistema de malhas múltiplas.

O uso de desacopladores transforma um sistema de malhas múltiplas em um sistema de controle multivariável:

- desacoplamento total diagonal:

$$G_c^m = G_p^{-1} \text{diag}(G_p) G_c =$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} G_{p11} G_{c1} & \dots & H_{1m} G_{pmm} G_{cm} \\ H_{21} G_{p11} G_{c1} & \dots & H_{2m} G_{pmm} G_{cm} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1} G_{p11} G_{c1} & \dots & H_{mm} G_{pmm} G_{cm} \end{bmatrix}$$

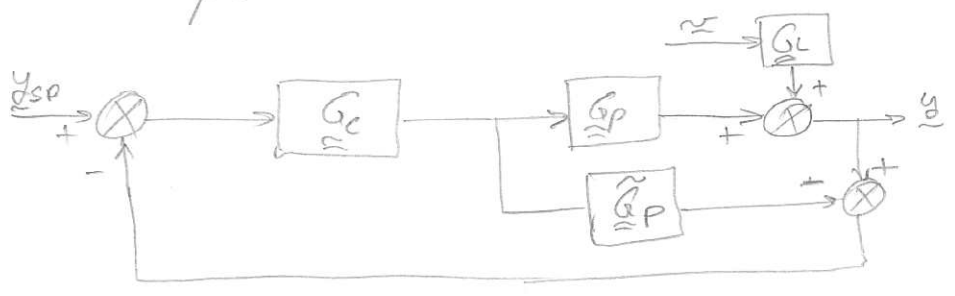
- desacoplamento total:

$$G_c^m = G_p^{-1} [\text{diag}(G_p^{-1})]^{-1} G_c =$$

$$\begin{bmatrix} G_{c1} & \frac{H_{12} G_{c2}}{H_{22}} & \dots & \frac{H_{1m} G_{cm}}{H_{mm}} \\ \frac{H_{21} G_{c1}}{H_{11}} & G_{c2} & \dots & \frac{H_{2m} G_{cm}}{H_{mm}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{H_{m1} G_{c1}}{H_{11}} & \frac{H_{m2} G_{c2}}{H_{22}} & \dots & G_{cm} \end{bmatrix}$$

onde $H = G_p^{-1}$

Outro exemplo de controle multivariável é o IMC:



$$\underline{Y}(s) = \left[\underline{I} + \underline{G}_p (\underline{I} - \underline{G}_c \underline{G}_p)^{-1} \underline{G}_c \right]^{-1} \left\{ \underline{G}_p (\underline{I} - \underline{G}_c \underline{G}_p)^{-1} \underline{G}_c \underline{Y}_{sp} + \underline{G}_L \underline{V}(s) \right\}$$

donde $\underline{G}_c^m = (\underline{I} - \underline{G}_c \underline{G}_p)^{-1} \underline{G}_c$

No cap. 7 será tratado outros grupos de controle multivariável: controle preditivo e controle adaptativo.

5.10.5 Análise de valores singulares (SVA) - Cap 28 Seborg, Edgar, Meli.

- Utilizada para:
- selecionar variáveis controladas e manipuladas
 - determinar a robustez de uma estratégia de controle
 - encontrar a melhor configuração em um sistema de malhas múltiplas.

Em um sistema $n \times n$, linearizado:

$$\Delta y_i = \underbrace{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)}_{K_{ij}} \Delta u_j \Rightarrow \Delta \underline{y} = \underline{K} \Delta \underline{u}$$

se $|\underline{K}| = 0 \Rightarrow$ o sistema é L.D., isto é, nem todas as n variáveis controladas podem ser reguladas independentemente.

$|\underline{K}| = 0 \Rightarrow$ algum valor característico de \underline{K} é nulo.

Se algum valor caract. é muito pequeno em relação aos outros, então será necessário grandes variações nas variáveis manipuladas para poder controlar o processo. Contudo, mesmo para valores caract. próximos o sistema de controle pode se comportar de forma insatisfatória. Uma medida mais precisa deste comportamento é o número condicional.

$$\boxed{CN = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}} \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$$

onde σ_i são os valores singulares de \underline{K} , definidos como $\sigma_i = \sqrt{\beta_i}$ onde β_i são os valores característicos da matriz $\boxed{\underline{K}^T \underline{K}}$ com $\beta_j = 0 \quad \forall j > n$

Se \underline{K} é singular $\Rightarrow CN = \infty$ (por convenção)

Nesta forma, CN é uma medida do mal-condicionamento da matriz \underline{K} . Quanto maior o valor de CN mais mal condicionada é a matriz.

\Rightarrow ver exemplo 28.9 (Seborg, Edgar, Mell.)

Um sistema mal condicionado tem $|\underline{K}|$ pequeno ou pode se tornar pequeno através de uma pequena mudança em algum elemento de \underline{K} (\underline{K} é variável em sistemas não-lineares)

$$\Delta \underline{u} = \underline{K}^{-1} \Delta \underline{y} = \frac{\text{adj } \underline{K}}{|\underline{K}|} \Delta \underline{y} \Rightarrow \text{grande ação}$$

de controle para $|\underline{K}|$ pequeno. Os elementos da matriz de ganhos relativos também tornam-se grandes com $|\underline{K}|$ pequeno:

$$\lambda_{ij} = K_{ij} H_{ij}, \quad \underline{H} = (\underline{K}^{-1})^T = \frac{(\text{adj } \underline{K})^T}{|\underline{K}|}$$

levando a fortes interações nas malhas de controle.