

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**Controle Preditivo Não Linear Utilizando
Linearizações ao Longo da Trajetória**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ricardo Guilherme Duraiski

Porto Alegre

2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Controle Preditivo Não Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória

Ricardo Guilherme Duraiski

Dissertação de Mestrado apresentada como
requisito parcial para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de concentração: Controle de Processos

Orientador:
Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler

Co-orientador:
Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi

Porto Alegre

2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação *Controle Preditivo Não Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória*, elaborada por Ricardo Guilherme Duraiski, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Zanfelice Bazanella.

Eng. Herbert Campos G. Teixeira.

Eng. Dr. Mário César Mello Massa de Campos.

Prof. Dr. Waldemir Santiago Júnior.

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas e instituições que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu desenvolvimento pessoal durante o mestrado, em especial:

A OPP Petroquímica e a CAPES pelo financiamento da bolsa de mestrado, bem como a UFRGS por proporcionar todos os recursos materiais e o ambiente de trabalho.

Aos professores Jorge Otávio Trierweiler e Argimiro Resende Secchi por transmitirem tanto de seu conhecimento e serem dois exemplos de esforço e perseverança.

Aos Engenheiros Esdras P. Demoro, Artur T. M. Oliveira e Leandro D. Pinto por proporcionarem o contato com o ambiente industrial, tão importante para aprimorar meus conhecimentos.

Aos colegas e bolsistas do LACIP, que trabalham no desenvolvimento do produto final fruto deste trabalho, Andréa R. Sarmento, Ariel O. Kempf, Gustavo Longhi, Luciano A. Farina, Maurício S. Posser e Ricardo P. Abech, pelo esforço e dedicação.

Resumo

Com o grande desenvolvimento dos sistemas de controle informatizados, o controle preditivo tem se tornado uma ferramenta de grande utilidade na automação industrial. O controle preditivo linear, bastante difundido no meio industrial, apresenta limitações devidas a utilização de modelos que nem sempre são capazes de descrever a planta nas diferentes regiões de trabalho. O advento dos controladores preditivos não lineares tem sido cada vez mais estudado e desenvolvido, mas o trabalho com modelos totalmente não lineares ainda encontra muitas barreiras para sua aplicação prática.

O algoritmo LLT “*Local Linearization on the Trajectory*”, consiste num método capaz de minimizar a função objetivo utilizando um modelo totalmente não linear através de sucessivas linearizações, que alavancam a convergência do modelo, sendo que cada iteração consiste em três passos básicos. O primeiro passo é a utilização de uma trajetória de predição, previamente estipulada para determinar modelos lineares ao longo desta. Nesta etapa toma-se os valores preditos das saídas, estados e entradas do processo e determina-se modelos lineares para cada valor que estas variáveis podem assumir no futuro. Na segunda etapa o conjunto de modelos determinado é agrupado de forma a constituir um único modelo não linear, que é utilizado no projeto das ações de controle. Estas ações são determinadas pela minimização de uma função objetivo, construída a partir do modelo não linear obtido. No terceiro e último passo do algoritmo determina-se a nova trajetória de predição pela aplicação das ações de controle projetadas à um modelo totalmente não linear, diferente do obtido pela combinação dos modelos lineares. Esta nova trajetória de predição serve de trajetória inicial para a próxima iteração. Os critérios de parada do processo iterativo são: o número máximo de iterações, o tempo máximo de cálculo ou a variação das ações de controle projetadas entre duas iterações consecutivas menor que uma tolerância especificada.

Dentre as vantagens desta metodologia, pode-se destacar a facilidade de se utilizar diferentes tipos de modelos não lineares como: redes neuronais, redes de modelos locais e modelos rigorosos.

Abstract

With the advances in digital control systems, the model predictive control has become an attractive tool for the industrial automation. The linear model predictive control, well diffused in the industrial environment, presents limitations due to the use of models that sometimes cannot describe the plant behavior at different operating conditions or under high disturbances, losing performance to guarantee robustness. The nonlinear model predictive control has been more and more studied and developed, but the work with full non linear models still finds many limitations for its practical application.

The algorithm LLT " Local Linearization on the Trajectory ", consists of a method capable to minimize the objective function using a non linear model through successive linearizations. Each iteration consists of three basic step. The first step is the use of a prediction trajectory, previously specified, to determine linear models along this trajectory. In this step, the predicted values of outputs, states and inputs of the process are used to determine linear models for each time in the future. This group of models form a nonlinear model that is used in the design of the control actions, optimizing a function objective. In the third step of the algorithm the new prediction trajectory is determined by the application of the computed actions to a full nonlinear model, different from the one obtained by the combination of the linear models. This new prediction trajectory is an initial trajectory for the next iteration. The conditions to stop the iterative process are: the maximum number of iterations, the maximum time of calculation or, the variation of the control actions computed among two consecutive iterations less than a specified tolerance. One of the advantages of using this methodology is the easiness of using different types of nonlinear models as: neural networks, local models networks and rigorous models.

Sumário

1 Introdução	1
1.1 Linhas Gerais sobre Controle de Processo.....	1
1.2 O Controle Preditivo	4
1.3 Estrutura da Dissertação.....	5
2 Controle Preditivo	7
2.1 Modelos Lineares	8
2.1.1 Modelo de Resposta ao Degrau.....	8
2.1.2 Modelo em Espaço de Estado	10
2.2 Problema de Controle.....	13
2.3 Metodologia de Resolução.....	17
2.4 Controle Preditivo Não Linear	19
2.4.1 Algoritmo DMC Estendido	20
2.4.2 Modelos de Entrada e Saída.....	20
2.5 Conclusões	22
2.6 Referências Bibliográficas	22
3 Comportamento dos Controladores Preditivos Convencionais.....	23
3.1 Modelo Básico	23
3.2 Estudo de Caso.....	26
3.3 Predição de Modelos Lineares	28
3.4 Controlador Preditivo Estendido.....	30
3.5 Conclusões	32
3.6 Referências Bibliográficas	32
4 O Algoritmo LLT.....	33
4.1 Metodologia	33
4.2 Estrutura do modelo LLT.....	34
4.3 Estimativa do Estado Inicial.....	40
4.4 Distúrbios Medidos e Não Medidos.....	40
4.4.1 Distúrbios Não Medidos	41
4.5 Resolução do Problema de Controle	42
4.6 Ações de Controle em Bloco.....	48
4.7 Escalonamento das variáveis de Entrada e Saída.....	51
4.8 Conclusões	52
4.9 Referências Bibliográficas	55
5 Estudo de Casos e Resultados.....	57
5.1 O modelo do Tanque de Troca Térmica	57
5.1.1 Aplicação do Algoritmo LLT.....	61
5.2 O modelo de Van de Vusse.....	64
5.3 O Sistema dos Quatro Tanques.....	68
5.3.1 Descrição do Processo.....	68
5.3.2 Aplicação do Controlador ao Sistema.....	72

5.4 Conclusões	73
5.5 Referências Bibliográficas	74
6 Conclusões e Sugestões	75
Apêndice A	
Interface Gráfica.....	77
A.1 Operação Básica.....	77
A.1.1 Importação de Modelos.....	78
A.1.2 Ajuste do controlador.....	81
A.1.3 Configuração	83
A.1.4 Acionamento do Controlador.....	85
A.2 Programação de eventos.....	86
A.3 Referências Bibliográficas	87
Apêndice B	
Linearização Dinâmica	89
Anexo 1	
Referência: "RPN Tuning Strategy for Model Predictive Control"	91

Lista de figuras

Figura 1.1:	Hierarquia do controle de processo.....	3
Figura 2.1:	Sistema do ponto de vista de Controle.....	8
Figura 2.2:	Parâmetros do Modelo de Resposta ao Degrau.....	9
Figura 3.1:	Diagrama da manifestação do módulo do ganho nas saídas em relação a direção de entrada da perturbação para o sistema da equação 3.2. O módulo do ganho está representado pelo comprimento de cada reta, bem como a direção de entrada pelas componentes horizontal e vertical.	25
Figura 3.2:	Sistema controlado com MPC linear utilizando o modelo <i>Step Response</i>	25
Figura 3.3:	Comparação entre as ações de controle projetadas pelos controladores utilizando modelos em espaço de estado e resposta degrau.....	26
Figura 3.4:	Reator de Van de Vusse	27
Figura 3.5:	Diagrama estacionário de C_B em função da vazão de alimentação para a reação de Van de Vusse, utilizando a temperatura do reator a 134°C.....	28
Figura 3.6:	Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de <i>setpoint</i> de 0,92M para 1,11M, na simulação do reator de Van de Vusse com MPC linear ($P=16$, $M=4$, $\Gamma=0.7$, $\Lambda=8,3 \times 10^{-6}$).	29
Figura 3.7:	Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de <i>setpoint</i> de 0,92M para 1,11M, Utilizando a linearização do sistema a cada ação de controle($P=16$, $M=4$, $\Gamma=0.7$, $\Lambda=8,3 \times 10^{-6}$).	29
Figura 3.8:	Predição feita pelo algoritmo linear na variável controlada (a) e nas ações de controle(b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na primeira predição... ..	30
Figura 3.9:	Predição feita pelo algoritmo linear na variável controlada (a) e nas ações de controle (b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na sexta predição.	31
Figura 3.10:	Predição feita pelo algoritmo estendido na variável controlada (a) e nas ações de controle (b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na primeira predição.	31
Figura 3.11:	Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de <i>setpoint</i> de 0,92M para 1,11M, na simulação do reator de Van de Vusse com MPC linear estendido.....	32
Figura 4.1:	Resposta de um sistema genérico a uma seqüência de entradas	34
Figura 4.2:	Diferença entre variáveis Delta e desvio para o algoritmo LLT.....	39
Figura 4.3:	Estimativa do estado inicial	40
Figura 4.4:	Ações de controle tomadas em bloco.....	49
Figura 4.5:	Algoritmo LLT (Inicialização).....	53
Figura 4.6:	Algoritmo LLT (parte iterativa).....	54
Figura 5.1:	Desenho esquemático do Tanque de Troca Térmica.	58
Figura 5.2:	Perturbação realizada no Tanque de Troca Térmica na vazão de alimentação de água quente e a respectiva resposta na temperatura da câmara central.	59
Figura 5.3:	Diagrama estacionário para o Tanque de Troca Térmica relacionando vazão e temperatura utilizando os dados da tabela 5.1	60

Figura 5.4: Controlador LLT atuando na mudança de <i>setpoint</i> do Tanque de Troca Térmica (<i>setpoint</i> =363K). No gráfico (a) esta mostrado a resposta na variável de saída e no gráfico (b) as respectivas ações de controle	62
Figura 5.5: Melhora no desempenho do controlador pelo afastamento do <i>setpoint</i> da restrição (<i>setpoint</i> =360K). No gráfico (a) esta mostrado a resposta na variável de saída e no gráfico (b) as respectivas ações de controle	62
Figura 5.6: Simulação da resposta do sistema (a) e as respectivas ações de controle (b) à mudança de <i>setpoint</i> na temperatura da câmara central do Tanque de Troca Térmica, sem restrições na variável manipulada.	63
Figura 5.7: Comparação entre duas simulações da resposta do sistema (a) e as respectivas ações de controle (b) à primeira mudança de <i>setpoint</i> na temperatura da câmara central do Tanque de Troca Térmica, sem restrições na variável manipulada. Simulação 2 com o peso na supressão de movimentos reduzido pela metade.	63
Figura 5.8: Simulação do Tanque de Troca Térmica utilizando o alvo na variável manipulada.	64
Figura 5.9: Simulação da atuação do controlador LLT na mudança de <i>setpoint</i> no reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle tomadas (b).	65
Figura 5.10: Simulação da atuação do controlador LLT na mudança de <i>setpoint</i> no reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle (b) para aumentar o <i>setpoint</i> para 1.12 M e reduzi-lo posteriormente para 0,9 M.	66
Figura 5.11: Simulação da utilização do alvo na escolha do ponto de operação do reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle (b)	66
Figura 5.12: Diagrama estacionário para os modelos original e modificado.	67
Figura 5.13: Simulação da atuação do controlador LLT na mudança de <i>setpoint</i> no reator de Van de Vusse utilizando parâmetros diferentes para o modelo do controlador e do processo. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle tomadas (b).	68
Figura 5.14: Representação do sistema de quatro tanques	69
Figura 5.15: Simulação do modelo dos quatro tanques que leva o sistema a inverter o pareamento ideal	70
Figura 5.16: Simulação da atuação do controlador LLT no modelo dos quatro tanques no momento em que um distúrbio leva o sistema da região de fase mínima para a de fase não mínima.	73
Figura 5.17: Simulação da atuação do controlador DMC no modelo dos quatro tanques no momento em que um distúrbio leva o sistema da região de fase mínima para a de fase não mínima.	73
Figura A.1: Janela principal do controlador LLT	78
Figura A.2: Menu para importação de modelos	78
Figura A.3: Interface para escolha do modelo LTI (Primeira etapa).....	79
Figura A.4: Interface de importação de modelos LTI (segunda etapa).....	80
Figura A.5: Interface para importação de redes neurais.....	81
Figura A.6: Interface de Ajuste do controlador.....	82
Figura A.7: Interface de Troca de Pareamento de Variáveis.....	83
Figura A.8: Interface de configuração de visualização	84

Figura A.9: Botões de referência para as páginas de visualização	85
Figura A.10: Interface de visualização de resultados.....	86
Figura A.11: Interface de Programação de Eventos.....	87

Lista de tabelas

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros e variáveis utilizados na simulação do modelo de Van de Vusse.....	27
Tabela 5.1: Valores das variáveis e parâmetros utilizados no modelo do Tanque de Troca Térmica.	59
Tabela 5.2: Parâmetros de ajuste utilizados no controlador LLT para o Tanque de Troca Térmica.	61
Tabela 5.3: Parâmetros de ajuste utilizados no controlador LLT para o Reator de Van deVusse.....	64
Tabela 5.4: Matrizes de escalonamento para o reator de Van de Vusse.....	64
Tabela 5.5: Pontos de operação do modelo dos quatro tanques.....	71
Tabela 5.6: Ajuste dos controladores para os pontos de operação do modelo dos quatro tanques	72

Capítulo 1

Introdução

Desde a revolução industrial, os processos produtivos pelos quais a humanidade obtém os seus bens e produtos de consumo, vêm experimentando um avanço irrefreável e cada vez mais acelerado. Diversos são os fatores que levam os processos produtivos a se desenvolverem tão velozmente. O aumento da demanda de produtos impelido pelo crescimento da população mundial, a forte concorrência pelo mercado, a escassez de recursos naturais para a produção de energia e matérias primas e a conscientização sobre a preservação do meio ambiente obrigaram as indústrias a aprimorar cada vez mais os seus processos produtivos, levando estes a operar cada vez mais próximos ao limite de sua capacidade. Numa época onde exige-se produtos que reúnem conceitos tão antagônicos como mais qualidade e menor preço nenhuma indústria pode mais se dar ao luxo de desperdiçar matéria-prima e energia, ou gerar rejeitos industriais sem restrições, sob pena de ser aniquilada seja pela legislação vigente, seja pela concorrência.

Este conjunto de fatores faz com que os processos industriais se tornem mais complexos e integrados, o que os torna mais difíceis de ser operados, pois as relações que os governam fogem cada vez mais do senso comum.

O controle e a automação de processos vêm aliar-se a esta nova visão empresarial, a fim de tornar os processos mais versáteis e capazes de suprir as necessidades das unidades fabris para atender um mercado cada vez mais exigente e com um comportamento tão variante. Tal é a importância do controle que um mesmo processo industrial pode se tornar lucrativo ou não variando-se apenas a sua estrutura de controle.

1.1 Linhas Gerais sobre Controle de Processo

Um processo industrial, do ponto de vista do controle, pode ser encarado como um sistema que possui entradas e saídas de informações, que são recebidas e geradas por este, respectivamente. As saídas de informação são as variáveis ou parâmetros de interesse do processo que são divididas em variáveis de processo (PV's) e variáveis controladas (CV's) .

As primeiras tratam-se apenas de indicações de grandezas do processo que servem para eventuais atuações manuais dos operadores. Já as CV's são aquelas variáveis cujos controladores têm que manter em seus patamares. As entradas do sistema se dividem em dois grupos: as variáveis manipuladas (MV's) e os distúrbios (DV's). Os distúrbios são os eventos sobre os quais não se tem controle. Ocorrem, geralmente, de forma aleatória e são imprevisíveis, provocando erros nas variáveis de saída. Para compensar os seus efeitos nefastos, os controladores utilizam o primeiro subconjunto de variáveis de entrada: as variáveis manipuladas. As variáveis manipuladas, ao contrário dos distúrbios, são aquelas variáveis sobre as quais tem-se a liberdade de atuar e podem provocar uma variação significativa nas variáveis de saída do sistema.

O Controle de processo, no seu nível hierárquico mais baixo, tem duas finalidades básicas. A primeira delas é compensar a ação dos distúrbios que se manifestam na planta, pois por mais perfeito que seja um processo industrial, jamais estará livre da presença de distúrbios. Isto ocorre porque quando se projeta uma unidade industrial considera-se um número limitado de fatores que atuam sobre a planta e com estes fatores determina-se um sistema fechado, para o qual se desenvolverá o projeto. No entanto, qualquer sistema real não pode ser considerado como um sistema idealmente fechado, pois este sempre estará sob a influência de fatores externos, mesmo que sejam quase insignificantes, já que encontra-se inserido dentro de um outro sistema que é o próprio meio ambiente.

A outra função do controle de processo é levar a planta a um determinado ponto de operação de forma mais eficiente possível. Isto significa, na grande maioria das vezes, levar o processo de um ponto de operação para outro da forma mais rápida possível, mas não necessariamente a velocidade com que se faz a transição será o ponto preponderante na determinação da ação de controle. Em alguns casos entende-se que a forma mais eficiente de se fazer a transição é aquela que manterá a qualidade do produto, pois em certos processos a mudança brusca de pontos de operação pode ser acompanhada de uma queda drástica da qualidade do produto.

Num conceito mais amplo, pode-se dizer que o controle se preocupa em fazer com que o processo possa trabalhar da forma mais eficaz possível, ou seja, fazer com que um processo industrial possa trabalhar no máximo de sua potencialidade.

Vários são os fatores que podem influenciar na eficácia de um processo. Pode-se dar o exemplo de um processo que possua duas variáveis manipuladas capazes de controlar uma mesma variável controlada. Se ambas levarem a variável controlada ao seu ponto de operação com desempenhos similares mas tiverem "custos de manipulação" diferentes, a melhor ação de controle será aquela que custar menos. Em outros casos, as mesmas variáveis manipuladas podem levar a variável controlada ao mesmo ponto de operação desejado, mas com desempenhos diferentes. Se a variável que possui o melhor desempenho for também a variável cuja a manipulação tem um custo maior a ação de controle ideal pode ser um tanto mais complexa. O controlador poderá utilizar a variável mais cara (melhor desempenho) para levar o sistema ao *setpoint* desejado da forma mais rápida e, posteriormente, com a variável controlada estabilizada, trocar a variável manipulada governante pela de menor custo.

O controle em si pode ser muito mais abrangente. Se for considerado um processo com multiplicidade de pontos estacionários, o controle de processo pode, através de um nível supervísório, determinar qual o melhor ponto de operação para o sistema, que pode nem sempre ser o mesmo, dependendo das condições operacionais dos demais sistemas que influenciam no processo controlado. Além disso, nos casos em que se possui multiplicidade de estados estacionários, uma mesma ação final de controle pode levar o sistema a pontos estacionários diferentes. O que diferenciara o ponto estacionário final nestes casos, não será a ação de controle final, mas sim, o conjunto de ações de controle tomadas durante a transição.

Organizacionalmente, divide-se o controle de processos industriais em diferentes níveis hierárquicos. Estes diferentes níveis de controle podem ser visualizados na figura 1.1

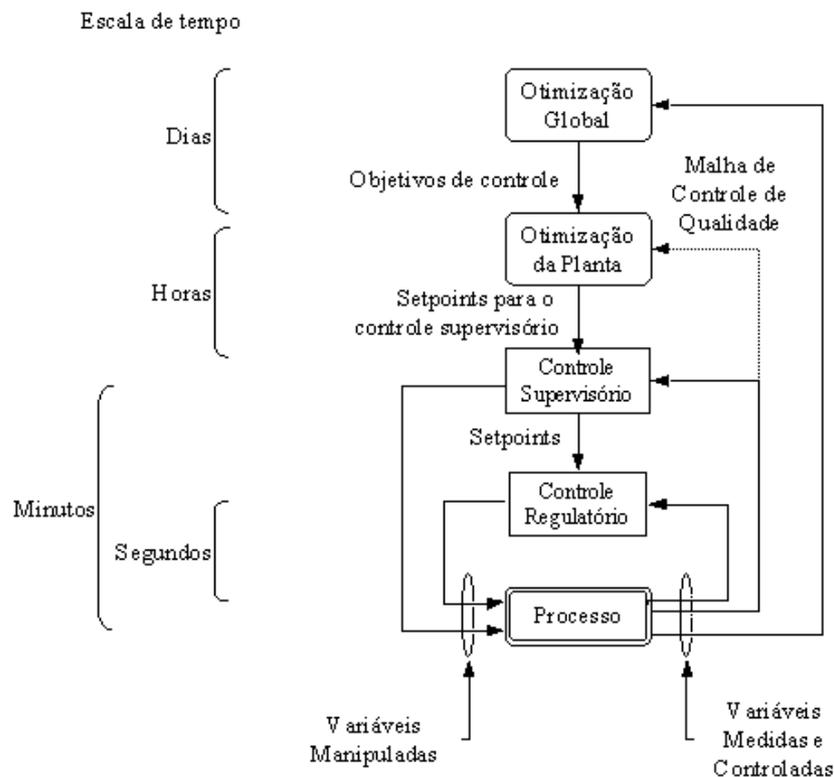


Figura 1.1: Hierarquia do controle de processo

O esquema da figura 1.1 mostra quatro níveis distintos de controle. O nível mais baixo de controle, chamado de regulatório, consiste nos sistemas de controle que se encarregam de manter a unidade funcionando. Geralmente fazem parte deste nível de controle as variáveis de níveis de vasos pulmões, fundo de colunas de destilação, e outras variáveis do inventário. O controle neste nível, freqüentemente, utiliza controladores PID's (Proporcional Integral Diferencial).

Contudo, manter a unidade funcionando não é a meta principal, mas sim, apenas uma condição necessária para a operação. Para que o processo possa atingir os seus objetivos é necessário que se mantenha a operação com as devidas especificações dos produtos. Esta tarefa é papel do nível supervísório. Neste nível, podem ser controladas variáveis que não são medidas diretamente e seus valores podem ser estimados, bem como as variáveis manipuladas

podem não ser variáveis realmente manipuladas, mas sim, *setpoints* de malhas de controle inferiores (cascata).

Sem dúvida, à medida que os níveis hierárquicos de controle vão subindo, a complexidade do controle aumenta. No nível de otimização da planta, o controle cuida de programar a produção da unidade como um todo. Na verdade este é um nível mais gerencial de controle, onde o objetivo é determinar o que será produzido, considerando os fatores externos do mercado consumidor, preço de venda, custos de produção, impacto ambiental, entre outros.

Finalmente, o último nível de controle cuida da otimização global da indústria como um todo, integrando as diferentes unidades produtivas e procurando enquadrá-las nos objetivos da empresa como uma corporação.

1.2 O Controle Preditivo

O controlador preditivo é uma ferramenta poderosa para atuar em níveis intermediários do controle de processo. Embora se obtenha bons resultados com controladores PID atuando em muitas malhas de um determinado processo, as vantagens apresentadas pelo uso de controladores preditivos vêm facilitar a implementação do controle, principalmente, no nível supervisão.

A principal diferença entre o controle preditivo e o PID, que é o controle mais convencional utilizado na indústria, está na forma com que a ação de controle é projetada. Para o controle preditivo, a ação de controle é projetada estimando o futuro do processo, enquanto que para o controle convencional a ação de controle está baseada no erro presente e acumulado nas saídas do sistema. Além disso, no controle preditivo a ação de controle é determinada levando-se em conta vários fatores além do erro na saída do sistema, o que permite que este possa trabalhar em níveis hierárquicos mais elevados.

Uma das principais vantagens do uso de controladores preditivos na indústria é a capacidade que este controlador tem de trabalhar com restrições do processo. Os controladores convencionais podem avaliar o erro nas saídas do sistema e projetar a ação de controle adequada, mas não têm condições de avaliar se a ação de controle poderá efetivamente ser aplicada ou se os limites físicos do processo impedirão a sua realização. Os controladores preditivos podem avaliar, não só os limites físicos superiores e inferiores das variáveis manipuladas, como também impor limites para as taxas de variação destas. Isto se torna importante, à medida que a atuação no processo não pode ser instantânea e requer um tempo, que em muitos casos, não pode ser desprezado.

Além dos fatores que restringem as ações de controle, os controladores preditivos podem também trabalhar com restrições nas variáveis de saída. Com isso, torna-se possível especificar zonas limite de operação onde, além destas, o sistema não pode operar. Isto representa uma visão diferente do ponto de vista do controle, pois ao contrário do convencional onde somente se especifica um ponto de operação desejado para o sistema, os

controladores preditivos podem ter faixas de operação especificadas. Este artifício se torna importante quando se trabalha em sistemas multivariáveis, onde sabe-se que uma dada variável tem limites de operação mas não precisa ser necessariamente controlada e assim as ações de controle são tomadas levando-se em consideração somente as variáveis que realmente precisam de um *setpoint*.

Além das restrições invioláveis, é possível especificar restrições que podem ser temporariamente violadas, permitindo assim uma maior flexibilidade para o controlador levar o processo a operação desejada. Da mesma forma o uso valores alvo nas variáveis manipuladas pode permitir que o processo opere preferencialmente em regiões específicas.

Obviamente, os controladores preditivos também têm as suas desvantagens. O tempo de determinação das ações de controle não é imediato, principalmente se utilizarem modelos não lineares, o que limita o seu uso a sistemas cujas dinâmicas sejam da ordem de minutos ou horas, o que é bastante comum em plantas químicas. Afora as limitações temporais, os valores praticados pelas empresas que desenvolvem os controladores preditivos costumam ser bastante elevados, o que limita a sua aplicação aos pontos de controle mais importantes da indústria. Por este motivo, atualmente este tipo de controle só é aplicado em casos onde o controle convencional (PID) realmente não funciona bem.

Um exemplo característico, que justifica o uso de controle preditivo, são os de processo cujos modelos têm uma ordem muito elevada. Nestes casos, em que o comportamento das plantas se distancia muito de um sistema de segunda ordem, os controladores PIDs perdem em desempenho e em robustez, sendo, muitas vezes, incapazes de controlá-las. O mesmo ocorre se o sistema possuir resposta inversa ou tempo morto muito acentuados.

Outras facilidades inerentes aos controladores preditivos fazem com que sua utilização seja bastante difundida. Em sistemas multivariáveis a implementação dos controladores preditivos se torna muito mais fácil se comparado ao projeto de um controlador PID, principalmente se o número de variáveis for elevado. Fácil também é a implementação de sistemas que utilizam controle *feedforward*, que passa a ser automático pela simples alimentação da medida do distúrbio. Mais ainda que avaliar o distúrbio, os controladores preditivos têm a capacidade de trabalhar a programação de possíveis eventos que venham a ocorrer na planta e que possam interferir em seu funcionamento, sejam distúrbios que se tenha o conhecimento de sua ocorrência futura, sejam mudanças de *setpoint* programado, ou qualquer mudança de parâmetros do controlador.

1.3 Estrutura da Dissertação

Neste trabalho será apresentado um novo algoritmo de controle preditivo, não linear, capaz de levar em conta não linearidades, tanto dinâmicas quanto estáticas, do processo.

No Capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica referente ao controle preditivo linear e não linear, a fim de introduzir o leitor no contexto deste tipo de controlador. A

fundamentação teórica abrange a descrição de alguns tipos de modelos mais comuns utilizados, as formas de propor o problema de controle, a metodologia para resolução e algumas proposições de algoritmos não lineares.

O capítulo 3 mostrará uma análise do comportamento de alguns algoritmos de controle frente a um caso típico de não linearidade onde a inversão no sinal do ganho do processo caracteriza um ponto de operação crítico e difícil de ser controlado. Este capítulo justifica o desenvolvimento de um novo algoritmo de controle capaz de trabalhar em condições adversas.

No capítulo 4 (sem dúvida, é o mais importante deste trabalho) está fundamentado o algoritmo LLT (*Local Linearization on the Trajectory*), juntamente com uma série de considerações a respeito de sua implementação. Inicialmente é descrita a metodologia que o algoritmo utiliza para projetar as ações de controle e posteriormente demonstra-se como o modelo de otimização é obtido, as considerações que são feitas para o seu funcionamento, a forma com que os distúrbios são trabalhados, a forma da função objetivo utilizada e como esta é reduzida à forma matricial para ser aplicada a programação quadrática.

No capítulo 5 são mostrados os resultados da aplicação do controlador LLT a três casos de processos não lineares que apresentam problemas para serem controlados com controladores lineares. Ainda neste capítulo são mostradas algumas vantagens do uso dos controladores preditivos, como o trabalho com alvos, restrições e utilização de MVs auxiliares na ação de controle.

O capítulo 6 termina este trabalho mostrando as conclusões e sugestões para a melhoria do algoritmo de controle visando a sua implementação em uma forma comercial.

Capítulo 2

Controle Preditivo

Com advento dos microprocessadores, o controle de processos pôde dar um salto considerável se compararmos com os antigos sistemas de controle analógicos. Graças a esta nova ferramenta, passou-se a trabalhar com sistemas digitais, o que permitiu o desenvolvimento de novos tipos de controladores capazes de tomar ações de controle mais elaboradas e mais adequadas ao sistema controlado.

A partir deste avanço surgiram os controladores preditivos. Este tipo de controlador, diferentemente dos controladores convencionais, determina as ações de controle de forma mais complexa. Os movimentos a serem aplicados nas variáveis manipuladas são obtidos por meio de uma otimização baseada em um modelo interno do sistema. O grande avanço deste tipo de controlador está na capacidade de determinar ações de controle com base na predição do que acontecerá na planta, e não apenas em função de um erro medido.

Conforme foi mencionado, os controladores preditivos precisam de um modelo interno do sistema para funcionarem. A forma mais comum e fácil de modelar um sistema é a utilização de modelos lineares, embora seja sabido que raramente um sistema físico se comporte totalmente desta forma.

O leitor pode, então, se perguntar: Porque utilizar um tipo de modelo que não descreve com precisão o sistema ? Na verdade, quando se trabalha com processos industriais, nem sempre é necessário que o modelo represente a totalidade do processo, pois, em muitos casos, o funcionamento destes ocorre em pontos específicos e a região de operação a qual se atinge pela manifestação dos distúrbios é muito próxima a do ponto de operação original, de forma que, nesta pequena região, o processo se comporta de modo quase linear. Soma-se a isso o fato de que alguns sistemas físicos se comportam de forma linear para mudanças de ponto de operação específicas, ou ao menos podem ser bem descritas por modelos lineares.

Assim, grande é a quantidade de literatura que trata de controle preditivo linear, embora também muito tenha sido pesquisado e desenvolvido em termos de controle preditivo não linear. A forma básica do controle preditivo é o MPC (*Model Predictive Control*) [Morari

et al 1992], que se baseia em modelos lineares. A forma com que estes modelos se apresentam pode variar bastante e a escolha da melhor implementação para o controlador depende de diversos fatores, tais como: disponibilidade de dados de planta, facilidade de obtenção do modelo, precisão da ação de controle a ser tomada, condicionamento do sistema a ser aplicado, entre outros.

Neste capítulo serão exploradas algumas das formas mais conhecidas de controladores preditivos que possibilitaram o embasamento teórico para o desenvolvimento do algoritmo LLT.

2.1 Modelos Lineares

Quando se fala em modelos para o controlador, não significa ter modelos matemáticos que levem em conta todos os fatores físico-químicos, dimensionais e termodinâmicos que descrevem o sistema. O que se procura com esta modelagem é descrever dinamicamente o mesmo, até porque, a intenção é desenvolver uma representação linear. Além disso, modelos físicos de processos tendem a ser um tanto complexos, podendo levar horas para ser calculados, o que para um controlador seria inútil, já que o tempo disponível para tanto é o tempo de amostragem da planta. Talvez fosse mais apropriado se referenciar a estes modelos como “relações entre variáveis”, pois o que se está procurando, na verdade, é a influência que um conjunto de variáveis (manipuladas e distúrbios) exerce sobre outro (controladas).

Do ponto de vista de controle, um processo pode ser encarado como um sistema contendo entradas e saídas de informações, conforme mostra a figura 2.1:

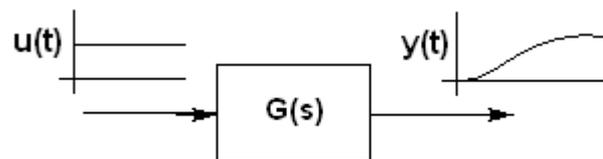


Figura 2.1: Sistema do ponto de vista de Controle

Neste caso, o modelo $G(s)$ será a relação que leva a determinação das saídas $y(t)$ a partir das entradas $u(t)$.

2.1.1 Modelo de Resposta ao Degrau

Um modelo bastante comum é o utilizado pelo DMC [Prett et al 1982], chamado modelo de resposta ao degrau (*step response model*). Este modelo consiste em uma série de parâmetros que representam a resposta do sistema $y(t)$ em função do tempo, gerados a partir de uma entrada na forma de degrau, conforme mostra a figura 2.2.

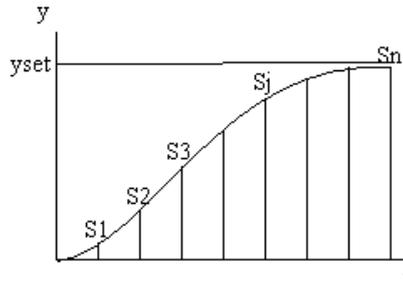


Figura 2.2: Parâmetros do Modelo de Resposta ao Degrau.

A forma de identificar este modelo consiste em gerar degraus unitários no processo e acompanhar os valores que a saída y atinge. Os coeficientes do modelo são exatamente os valores de y medidos nos tempos de amostragem especificados. O número de parâmetros necessário para descrever o sistema são tantos quantas amostragens forem necessárias para levar o sistema ao estacionário. Isso mostra uma das limitações desta forma de descrever o processo, pois este só descreverá bem sistemas estáveis.

Outra característica importante dos modelos utilizados pelo controle preditivo é o uso de sistemas discretos. Portanto daqui por diante será comum utilizar a notação $V_{[n]}$, que significa os valores do vetor V nos pontos 1 até n .

Matematicamente, descreve-se a resposta do sistema como sendo:

$$Y_{[n]} = S_{[n]} \cdot \Delta u(0) + Y_B_{[n]} \quad (2.1)$$

onde: Y é o vetor de saídas do instante 1 até o instante n ;

S é o vetor de coeficientes do modelo obtidos por uma resposta ao degrau como mostra a figura 2.2;

$\Delta u(0)$ a ação na variável manipulada no instante 0;

Y_B é o vetor de saídas na ausência de ações de controle do instante 1 até o instante n .

O resultado na equação 2.1 se refere ao resultado das saídas do modelo para uma entrada em um instante de tempo inicial 0. Cada ação de controle tomada em instantes de tempo seguintes pode ser considerada na saída final como:

$$Y_{[n]} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_3 & S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_n & S_{n-1} & S_{n-2} & \dots & S_1 \end{bmatrix} \cdot \Delta U_{[0]^{n-1}} + Y_B_{[n]} \quad (2.2)$$

onde: S_i é o i -ésimo elemento do vetor S ;

ΔU é o vetor de ações na variável manipulada dos instantes 0 (linha 1) a $n-1$ (linha n).

Em termos de representação, a equação 2.2 será denotada daqui por diante como mostra a seguinte equação:

$$Y_{[1]}^n = Su \cdot \Delta U_{[0]}^{n-1} + Y_B[1]^n \quad (2.3)$$

A equação 2.3 é uma representação da influência das variáveis manipuladas sobre as variáveis controladas do sistema. No entanto, as saídas do sistema estão sujeitas a uma série de fatores sobre os quais não se tem domínio, chamados distúrbios. Os distúrbios podem ser classificados, do ponto de vista de controle, em dois tipos básicos: distúrbios medidos e não medidos.

Classifica-se como distúrbio medido toda a perturbação ocorrida no sistema, que possa ser medida e venha a influenciar as saídas deste. Para este tipo de distúrbio, é possível determinar um modelo, similar ao determinado para relacionar as entradas e as saídas, na forma:

$$Y_{[1]}^n = Su \cdot \Delta U_{[0]}^{n-1} + Y_B[1]^n + Sd \cdot \Delta D_{[0]}^{n-1} \quad (2.4)$$

onde: Sd é a matriz de parâmetros do modelo de resposta ao degrau nos distúrbios;
 ΔD é o vetor de distúrbios ocorridos no intervalo de tempo $[0, n-1]$.

O segundo tipo de distúrbio ao qual um sistema está susceptível, é aquele que não pode ser quantificado seja pela incapacidade de modelá-lo, seja pela impossibilidade de medi-lo. Neste caso, a única alternativa possível é considerá-lo como um desvio na saída do sistema, na forma:

$$Y_{[1]}^n = Su \cdot \Delta U_{[0]}^{n-1} + Y_B[1]^n + Sd \cdot \Delta D_{[0]}^{n-1} + W \quad (2.5)$$

onde W é a quantificação do distúrbio não medido.

A equação 2.5 é a expressão mais completa do modelo de resposta ao degrau. Este modelo é bastante versátil pelo fato de ser identificado diretamente a partir da resposta do sistema a uma perturbação, o que o torna um modelo de fácil determinação no ambiente industrial, onde, em raros casos se tem à disposição um modelo físico do processo.

2.1.2 Modelo em Espaço de Estado

Embora os modelos na forma de resposta ao degrau sejam práticos e fáceis de serem obtidos diretamente do processo, nem sempre traduzem com fidelidade o seu comportamento. O conhecimento prévio das leis físicas que governam o sistema a ser controlado sempre será uma ferramenta poderosa para o projeto dos controladores, caso contrário corre-se o risco de identificar coisas que não existam e deixar de identificar outros fatores importantes. Em muitos processos torna-se bastante difícil determinar, somente pelo conhecimento adquirido e pela experiência profissional, as relações entre variáveis de um processo para definir a escolha

da estrutura de controle, de forma que em alguns casos, somente a modelagem rigorosa da planta pode fornecer condições necessárias para o seu entendimento. Assim sendo, a modelagem física dos processos, embora custosa, é muito importante.

Nos casos onde se dispõe de um modelo fenomenológico, é possível linearizá-lo expandindo as funções não lineares em séries de *Taylor* truncadas no termo linear. O mesmo é feito para as funções que representam as saídas do sistema, gerando assim, a representação do sistema no espaço de estado [Bequette 1998]. Esta representação é definida da seguinte forma

$$\frac{d\delta x}{dt} = Ac \cdot \delta x + Bc \cdot \delta u \quad (2.6)$$

$$\delta y = Cc \cdot \delta x + Dc \cdot \delta u \quad (2.7)$$

onde: δu é a variação nas entradas em relação ao estacionário, $u-u_0$;
 δx é a variação nos estados em relação ao estacionário, $x-x_0$;
 δy é a variação nas saídas em relação ao estacionário, $y-y_0$;
 Ac , Bc , Cc e Dc são as matrizes resultantes das linearizações..

A representação mostrada nas equações 2.6 e 2.7 se refere a um sistema contínuo. Como o MPC funciona de forma discreta, é necessário fazer uma adequação deste modelo. A forma discreta do espaço de estado é dada pelas seguintes equações:

$$\delta x_{k+1} = A \cdot \delta x_k + B \cdot \delta u_k \quad (2.8)$$

$$\delta y_{k+1} = C \cdot \delta x_{k+1} + D \cdot \delta u_{k+1} \quad (2.9)$$

onde: k corresponde ao instante de tempo quando se está avaliando o sistema;
 δ indica variáveis desvio;
 A , B , C e D são as matrizes Ac , Bc , Cc e Dc ¹ discretizadas.

Uma das considerações feitas [Morari et al 1992] é a de que a matriz D é nula. Tal consideração é feita devido ao fato dos tempos de resposta dos processos industriais não costumarem ser instantâneos e portanto o valor de uma variável de saída raramente dependerá da ação de controle realizada no mesmo instante.

Para que o modelo seja utilizado no controlador preditivo, é necessário que ele possa determinar todos os valores preditos para alguns instantes de tempo futuros. Além disso, é mais conveniente que o modelo utilize as variáveis na forma de deltas (variação ponto a ponto). Para tanto, é necessário expressar a representação do espaço de estado, inicialmente,

¹ As relações entre as matrizes do espaço de estado discreto e contínuo são dadas por : $A = \exp(Ac \cdot t_s)$;

$B = (\exp(Ac \cdot t_s) - I) \cdot Ac^{-1} \cdot Bc$; $D = Dc$; $C = Cc$; onde t_s é o tempo de amostragem do sistema.

em termos de deltas. Partindo-se do modelo mostrado nas equações 2.8 e 2.9, expressa-se o mesmo para dois instantes de tempo consecutivos, conforme as seguintes equações:

$$\delta x_k = A \cdot \delta x_{k-1} + B \cdot \delta u_{k-1} \quad (2.10)$$

$$\delta y_k = C \cdot \delta x_k \quad (2.11)$$

$$\delta x_{k-1} = A \cdot \delta x_{k-2} + B \cdot \delta u_{k-2} \quad (2.12)$$

$$\delta y_{k-1} = C \cdot \delta x_{k-1} \quad (2.13)$$

Fazendo-se a diferença entre as equações 2.10 e 2.12 e entre as equações 2.11 e 2.13, obtém-se.

$$\Delta x_k = A \cdot \Delta x_{k-1} + B \cdot \Delta u_{k-1} \quad (2.14)$$

$$y_k = C \cdot \Delta x_k + y_{k-1} \quad (2.15)$$

As equações 2.14 e 2.15 correspondem ao mesmo modelo no espaço de estado, com a diferença de estar representando o sistema na forma de deltas nas variáveis de entrada e estados. A partir desta nova representação, é possível expandir o modelo para representar as saídas do sistema para P instantes de tempo futuros. Para exemplificar a construção desta representação, considere o caso de se avaliar a saída do modelo no instante (k+2), conforme é apresentado nas equações seguintes:

$$\Delta x_{k+2} = A \Delta x_{k+1} + B \Delta u_{k+1} \quad (2.16)$$

$$y_{k+2} = C \Delta x_{k+2} + y_{k+1} \quad (2.17)$$

Que também podem ser escritas da forma:

$$\Delta x_{k+2} = A(A \Delta x_k + B \Delta u_k) + B \Delta u_{k+1} \quad (2.18)$$

$$y_{k+2} = C(A(A \Delta x_k + B \Delta u_k) + B \Delta u_{k+1}) + C(A \Delta x_k + B \Delta u_k) + y_k \quad (2.19)$$

Expandindo o modelo para P instantes de tempo futuros, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ \dots \\ y_P \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB + CB & CB & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{j=1}^3 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^2 CA^{j-1}B & CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{j=1}^4 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^3 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^2 CA^{j-1}B & CB & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{j=1}^5 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^4 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^3 CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^2 CA^{j-1}B & CB & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^P CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^{P-1} CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^{P-2} CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^{P-3} CA^{j-1}B & \sum_{j=1}^{P-4} CA^{j-1}B & \dots & CB \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \\ \Delta u_4 \\ \dots \\ \Delta u_{P-1} \end{bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} CA \\ \sum_{j=1}^2 CA^j \\ \sum_{j=1}^3 CA^j \\ \sum_{j=1}^4 CA^j \\ \sum_{j=1}^5 CA^j \\ \dots \\ \sum_{j=1}^P CA^j \end{bmatrix} \cdot \Delta x_0 + \begin{bmatrix} I_{(ny)} \\ I_{(ny)} \\ I_{(ny)} \\ I_{(ny)} \\ \dots \\ I_{(ny)} \end{bmatrix} \cdot y_0 & \quad (2.20)
\end{aligned}$$

A fim de tornar a representação mais compacta reduz-se as matrizes da equação 2.20 obtendo-se a expressão:

$$Y_{[P]} = Su \cdot \Delta U_{[0]^{P-1}} + Sx \cdot \Delta x_0 + I_{((P \cdot ny) \times ny)} \cdot y_0 \quad (2.21)$$

De forma similar ao realizado para o modelo de resposta ao degrau, costuma-se considerar os distúrbios medidos do sistema com uma matriz construída de forma similar à matriz multiplicadora das entradas (Su). Também de forma análoga ao primeiro modelo, considera-se um vetor de distúrbios não medidos para compensar diferenças entre as leituras da planta e modelo. A este vetor dá-se o nome de W. A forma final do modelo no espaço de estado é mostrado na equação a seguir [Morari et al 1992]:

$$Y_{[P]} = Su \cdot \Delta U_{[0]^{P-1}} + Sx \cdot \Delta x_0 + I_{((P \cdot ny) \times ny)} \cdot y_0 + Sd \cdot \Delta D_{[0]^{P-1}} + W_{[P]} \quad (2.22)$$

2.2 Problema de Controle

Conforme foi descrito anteriormente, o controle preditivo está baseado num problema de otimização, que determina a melhor ação de controle a ser aplicada ao sistema. Ao contrário dos controladores convencionais o critério para a determinação destas ações pode ir além da redução do erro nas variáveis controladas, abrangendo outras condições impostas.

O Principal objetivo de um controlador é fazer com que as saídas do sistema cheguem ao “*setpoint*” da forma mais eficaz possível, atuando-se sobre as entradas manipuláveis do sistema. Com o intuito de projetar estas ações de controle da forma mais adequada para os instantes de tempo seguintes, o algoritmo de controle preditivo busca, como um de seus critérios, reduzir ao máximo o erro nas saídas futuras do sistema. Assim o problema de controle começa como um problema de minimização da função objetivo J , da equação:

$$J = \min_{\Delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}}} \left(\sum_{i=1}^P (y_i - r_i)^2 \right) \quad (2.23)$$

onde: r_i é o “*setpoint*” ou trajetória desejada para cada instante de tempo futuro
 y_i é a saída do sistema predita pelo modelo em função das entradas ΔU

A minimização da função objetivo acima resulta em um conjunto de ações de controle mais adequado para o sistema. Como a manifestação das ações de controle se reflete por vários instantes de tempo futuros, não se pode avaliar o erro nas saídas do sistema apenas durante o período de tomada das ações de controle. É necessário que se avalie o erro por vários instantes de tempo futuros após a última ação de controle projetada e, por este motivo, define-se dois conjuntos de instantes de tempo: o horizonte de predição e o horizonte de controle.

O horizonte de controle corresponde ao número de instantes de tempo futuros nos quais as ações de controle serão tomadas, representado na equação anterior pela letra M . O horizonte de predição, é o número de instantes de tempo futuros nos quais avalia-se o erro nas saídas, o qual é representado pela letra P .

Pode-se salientar uma das vantagens do controle preditivo que é a possibilidade de especificar-se uma trajetória para a resposta do sistema. Isto pode evitar que o sistema venha a tomar uma ação abrupta no início da tomada das ações de controle, evitando assim, movimentos de controle que possam instabilizar o sistema ou saturar as variáveis de atuação.

No entanto, uma forma mais apropriada de suavizar as ações de controle do sistema é a utilização de um peso que venha a ponderar o erro sendo possível dar mais importância para o erro no fim da predição, ou seja:

$$J = \min_{\Delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}}} \left(\sum_{i=0}^P \gamma_i \cdot (y_i - r_i)^2 \right) \quad (2.24)$$

onde: γ_i é o peso do erro para cada instante de predição

Até agora foi considerado, na função objetivo, apenas o fato de que o controlador tem que levar as saídas do sistema até o “*setpoint*”. No entanto, quando se utiliza o controle preditivo existe a liberdade de se considerar outros fatores que limitam o sistema e sua forma de operação. Como qualquer problema matemático, a minimização da função objetivo pode

gerar resultados nem sempre condizentes com a realidade, pois determinadas soluções, embora matematicamente corretas, vão de encontro às limitações físicas do sistema.

Um exemplo de limitação, bastante comum de qualquer processo industrial, é a saturação das variáveis manipuladas. Entende-se por saturação os limites máximos e mínimos que tal variável pode atingir. Como exemplo, pode-se citar o caso de válvulas de controle que não podem atingir valores negativos de vazão, bem como também haverá um fluxo máximo possível de ser alcançado dependente da pressão a montante e a jusante das mesmas. Este tipo de restrição é tratada fora da função objetivo como restrição rígida, da seguinte forma:

$$U_{\min} \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \leq U \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \leq U_{\max} \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Outro tipo de restrição bastante comum no âmbito industrial, é a limitação de taxas de variação de variáveis manipuladas. Embora a ação de controle seja calculada como uma variação instantânea, o acionamento destas variáveis manipuladas (válvulas na maioria dos casos) possui uma dinâmica que nem sempre pode ser negligenciada. Dependendo do processo, as válvulas industriais, por vezes, possuem dimensões bastante elevadas, impossibilitando sua operação pela forma convencional (pulso de pressão). Nestes casos, a abertura ou fechamento destas são feitos por um motor elétrico que possui uma velocidade limitada. Mesmo nos casos onde as válvulas são manipuladas por pulso de pressão esta dinâmica pode ser importante. Em outros casos variações muito bruscas nas variáveis manipuladas podem acarretar em perda de qualidade do produto final ou comprometer a vida útil do equipamento. Em qualquer uma destas situações é necessário que o controlador conserve consigo a informação de que, embora a sua função seja reduzir o erro nas saídas do sistema e alcançar o “*setpoint*”, as ações de controle projetadas não podem violar as restrições impostas pelo sistema ou pelo operador.

No algoritmo de controle MPC [Morari et al 1992], esta última restrição é tratada de duas formas: como restrições rígidas; e como penalização da função objetivo.

As situações descritas anteriormente são casos extremos. Contudo, algumas vezes os limites impostos para a variação das variáveis manipuladas não necessitam ser descritos como barreiras imutáveis. Constituem apenas valores desejáveis e aproximados que podem ser suprimidos em detrimento ao erro nas saídas. Nestes casos deixa-se de tratar a limitação na taxa de variação como restrição do problema, para tratá-la como uma penalização da função objetivo, que assume a forma:

$$J = \min_{\Delta U_0^M} \left(\sum_{i=0}^P \gamma_i \cdot (y_i - r_i)^2 + \sum_{i=0}^M \lambda_i \cdot \Delta u_i^2 \right) \quad (2.26)$$

onde: r_i é o “*setpoint*” ou trajetória desejada para cada instante de tempo futuro
 y_i é a saída do sistema predita pelo modelo em função das entradas ΔU ;
 γ_i é o peso do erro para cada instante de predição;

Δu_i são os valores de variação nas variáveis manipuladas nos instantes i
 λ_i são os pesos da variação das variáveis manipuladas.

Para o caso de se utilizar este limite como restrição rígida, submete-se a função objetivo à:

$$-\Delta U_{\max}[0^M] \leq \Delta U[0^M] \leq \Delta U_{\max}[0^M] \quad (2.27)$$

Desta forma, a função objetivo passa a procurar, não mais o menor erro possível na saídas, mas sim, um compromisso entre erro e variação nas ações de controle, que é ponderado pela relação entre os pesos utilizados em cada termo.

A função objetivo mostrada até aqui baseia-se na forma convencional de implementação do MPC [Morari et al 1992], no entanto existem outras variantes da função objetivo bastante discutidas na literatura [Qin e Badgwell 1998]. Uma destas variantes é a utilização de um parâmetro chamado de alvo.

Quando, em um determinado processo, dispõe-se de mais variáveis manipuladas que controladas surge uma vasta gama de possibilidades de combinar as entradas para obter um mesmo conjunto de saídas. É possível estipular então, um valor para cada uma das variáveis de entrada que exceder ao número de variáveis controladas, de forma que, eventualmente, estas poderiam ser deslocadas para levar as saídas do sistema ao “*setpoint*” mais rapidamente, mas no final do conjunto de ações de controle cada uma das variáveis manipuladas deveria voltar ao seu valor estipulado (alvo).

Esta condição é implementada como segue [Qin e Badgwell 1998]:

$$J = \min_{\Delta U_0^M} \left(\sum_{i=0}^P \gamma_i \cdot (y_i - r_i)^2 + \sum_{i=0}^M \lambda_i \cdot \Delta u_i^2 + \sum_{i=0}^P \psi_i \cdot (u_i - z_i)^2 \right) \quad (2.28)$$

onde: ψ_i são os pesos para o desvio do alvo;
 z_i é o alvo das variáveis manipuladas.

De maneira similar as fronteiras impostas às variáveis manipuladas, também existe a possibilidade de se determinar fronteiras para as variáveis controladas. Em alguns casos não é possível permitir que variáveis controladas atinjam valores extremos tais como temperaturas elevadas ou reduzidas demais. Existe, então, a possibilidade de se estabelecer limites rígidos e ponderáveis para as saídas do sistema, tal como é feito para as variáveis de entrada. Estas restrições, podem ser estabelecidas sob a forma de restrições rígidas, ou sob a forma de restrições suaves. Para o caso da restrições suaves sua consideração é feita na função objetivo, sob a forma:

$$J = \min_{\Delta U_0^M, s} \left(\sum_{i=0}^P \gamma_i \cdot (y_i - r_i)^2 + \sum_{i=0}^M \lambda_i \cdot \Delta u_i^2 + \sum_{i=0}^P \psi_i \cdot (u_i - z_i)^2 + \phi_i |s|^2 \right) \quad (2.29)$$

sujeita a restrição:

$$Y_{s_{\min}[i^p]} - s \leq Y[i^p] \leq Y_{s_{\max}[i^p]} + s \quad (2.30)$$

onde: Φ_i são os pesos para a penalização das restrições ponderáveis;
 $Y_{s_{\max}}$ e $Y_{s_{\min}}$ são as restrições ponderáveis;
 s é a violação das restrições.

Como restrição rígida, submete-se a função objetivo à:

$$Y_{\min}[o^p] \leq Y[o^p] \leq Y_{\max}[o^p] \quad (2.31)$$

2.3 Metodologia de Resolução

Estabelecida a forma da função objetivo, necessita-se de um método capaz de resolver o problema da minimização a fim de determinar uma solução única. A forma final a que se chega para a função objetivo está representada na equação 2.29, sujeito às restrições das expressões 2.25, 2.27, 2.30 e 2.31, e a partir destas é feita a demonstração da metodologia de resolução.

A vantagem de se trabalhar com modelos lineares é que já existem metodologias bem definidas que se aplicam à sua resolução.

Inicialmente, transforma-se a representação dos somatórios da equação 2.29 para a representação matricial do problema, como na seguinte equação.

$$J = \min_{\Delta U[o^M], s} \left(\left\| \Gamma[o^p] \cdot \left(Y[o^p] - R[o^p] \right) \right\|^2 + \left\| \Lambda[o^M] \cdot \Delta U[o^M] \right\|^2 + \left\| \Psi[o^M] \cdot \left(U[o^M] - Z[o^M] \right) \right\|^2 + \left\| \Phi \cdot s \right\|^2 \right) \quad (2.32)$$

Substituindo o modelo obtido na equação 2.22 para o sistema, temos a representação:

$$J = \min_{\Delta U[o^M], s} \left(\left\| \Gamma[o^p] \cdot \left(Su \cdot \Delta U[o^M] + Sx \cdot \Delta x_0 + Y_0[o^p] + Sd_0 \cdot \Delta d_0 + W[o^p] - R_1^p \right) \right\|^2 + \left\| \Lambda[o^M] \cdot \Delta U[o^M] \right\|^2 + \left\| \Psi[o^M] \cdot \left(I_L \cdot \Delta U[o^M] - Z[o^M] \right) \right\|^2 + \left\| \Phi \cdot s \right\|^2 \right) \quad (2.33)$$

onde: I_L é a matriz composta de matrizes identidade I_{n_u} de tamanho igual ao número de variáveis manipuladas, dada por:

$$I_L = \begin{bmatrix} I_{(nu)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I_{(nu)} & I_{(nu)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I_{(nu)} & I_{(nu)} & I_{(nu)} & 0 & \dots & 0 \\ I_{(nu)} & I_{(nu)} & I_{(nu)} & I_{(nu)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{(nu)} & I_{(nu)} & I_{(nu)} & I_{(nu)} & \dots & I_{(nu)} \end{bmatrix}_{(Mnu \times Mnu)} \quad (2.34)$$

Nota-se na equação 2.33, que o termo referente aos distúrbios medidos, aparece multiplicando apenas o distúrbio no instante inicial ($Sd_0 \cdot \Delta d_0$). Isto ocorre porque devido ao caráter aleatório dos distúrbios, geralmente não se dispõe de uma estimativa para o seu valor futuro e, portanto, para efeito de predição do controlador, utiliza-se apenas o distúrbio medido no instante atual e considera-se nulos os seus valores futuros. Da mesma forma, utiliza-se somente a primeira coluna da matriz Sd , representada por Sd_0 , para manter a coerência da operação.

Como variáveis de otimização do problema tem-se todo o vetor de entradas “ $\Delta U_{[0]^M}$ ” e a tolerância das saídas “ s ”. Modificando a expressão a fim de agrupar todas as variáveis de otimização em um único vetor, transforma-se a equação 2.33 na forma:

$$J = \min_{\left| \begin{array}{c} \Delta U_{[0]^M} \\ s \end{array} \right|} \left(\left\| \Gamma_{[P]} \cdot \left(\left| \begin{array}{c} Su \\ 0 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \Delta U_{[0]^M} \\ s \end{array} \right| + Sx \cdot \Delta x_0 + (Y_0)_{[P]} + Sd_0 \cdot \Delta d_0 + W_{[P]} - R_{[P]} \right) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{[M]} \cdot \left| \begin{array}{c} \Delta U_{[0]^M} \\ s \end{array} \right| \right\|^2 + \left\| \Psi_{[M]} \cdot \left(\left| \begin{array}{c} I_L \\ 0 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \Delta U_{[0]^M} \\ s \end{array} \right| - Z_{[M]} \right) \right\|^2 + \left\| \Phi \cdot \left| \begin{array}{c} \Delta U_{[0]^M} \\ s \end{array} \right| \right\|^2 \right) \quad (2.35)$$

Para simplificar a notação e ajudar no entendimento passa-se a representar a equação anterior da seguinte forma:

$$J = \min_V \left(\left\| \overline{\Gamma}_{[P]} \cdot \left(\overline{Su} \cdot V - E_{[P]} \right) \right\|^2 + \left\| \overline{\Lambda}_{[M]} \cdot V \right\|^2 + \left\| \overline{\Psi}_{[M]} \cdot \left(\overline{I}_L \cdot V - Z_{[M]} \right) \right\|^2 + \left\| \overline{\Phi} \cdot V \right\|^2 \right) \quad (2.36)$$

onde $E_{[P]} = R_{[P]} - Sx \cdot \Delta x_0 - (Y_0)_{[P]} - Sd_0 \cdot \Delta d_0 - W_{[P]}$, e

V é o novo vetor de otimização e as matrizes com a barra superior provêm das originais modificadas.

Expandindo os termos quadráticos e reagrupando os termos chega-se a:

$$J = \min_V \left(\frac{1}{2} V^T H V - G^T V + \frac{1}{2} E^T E + \frac{1}{2} Z^T Z \right) \quad (2.37)$$

$$\text{onde : } H = (\overline{Su})^T \cdot (\Gamma_{[i]})^T \cdot \Gamma_{[i]} \cdot \overline{Su} + (\overline{\Lambda}_{[0]})^T \cdot \overline{\Lambda}_{[0]} + (\overline{I}_L)^T \cdot (\Psi_{[0]})^T \cdot \Psi_{[0]} \cdot \overline{I}_L + \overline{\Phi}^T \cdot \overline{\Phi}; e$$

$$G = (\overline{Su})^T \cdot (\Gamma_{[i]})^T \cdot \Gamma_{[i]} \cdot E_{[i]} + (\overline{I}_L)^T \cdot (\Psi_{[0]})^T \cdot \Psi_{[0]} \cdot Z_{[0]}.$$

Para simplificar o problema de otimização, descarta-se os termos $E^T E$ e $Z^T Z$ por serem constantes e não influenciarem na resolução do problema, resultando:

$$J = \min_V \left(\frac{1}{2} V^T H V - G^T V \right) \quad (2.38)$$

sujeito as restrições anteriormente mencionadas,

Na forma final da função objetivo, verifica-se que o problema pode ser resolvido por programação quadrática, com restrições [Camacho e Bordons 1995].

2.4 Controle Preditivo Não Linear

Para muitos processos, a sua descrição de forma linear, em torno de pontos de operação comuns, pode não ser suficiente para controlá-los de forma eficaz. As condições, muitas vezes adversas, a que alguns processos são submetidos não permite que os mesmos possam ser descritos de forma linear. Alguns processos necessitam operar em pontos estacionários diferentes, a fim de diversificar produtos, e promover a variação destes em tempos reduzidos. Quando se utiliza modelos lineares, em processos cujas características não lineares são preponderantes, necessita-se trocar o modelo de um ponto para outro de operação e, neste intervalo, conduzir a planta manualmente ao novo estacionário.

Os modelos usados em controladores preditivos não lineares, geralmente denominados na literatura por NMPC, têm como um de seus objetivos descrever o sistema, se não na sua totalidade, numa faixa mais ampla do processo, de forma a possibilitar transições mais rápidas e eficientes entre pontos de operação bastante diferentes.

Atualmente, a maior barreira para o desenvolvimento dos controladores preditivos não lineares, é a forma de se trabalhar com os modelos não lineares. Como foi mostrado no item 2.3, quando se utiliza modelos lineares, facilmente obtém-se uma metodologia de minimização. No entanto, a utilização de um modelo totalmente não linear impediria a utilização de uma forma fechada para a minimização. Além disso o tempo computacional requerido para o cálculo aumentaria consideravelmente se fossem consideradas as diferentes possibilidades de modelos a ser utilizados. Outro problema seria a possibilidade de existirem mínimos locais na função a ser minimizada, o que não ocorre quando se trabalha com programação quadrática, pois o seu mínimo é global. Todas estas adversidades, tornam o uso de modelos puramente não lineares difíceis em plantas industriais.

Algumas alternativas para solucionar este problema tem sido propostas e estudadas na literatura, como, por exemplo, o caso da utilização dos modelos bilineares [Yeo e Williams 1987], ou a otimização de modelos fenomenológicos [Silva e Kwong 1999]. Até mesmo

alguns controladores comerciais já funcionam com estas técnicas desenvolvidas, tais como o “*Process Perfect*®” da Pavillion Technologies, o NOVA-NLC® da DOT Products, MVC® da Continental Controllers, Aspen Target® da Aspen Tech, e o PFC® da Adersa [Qin e Badgwell 1998].

2.4.1 Algoritmo DMC Estendido

Uma alternativa simples para considerar as não linearidades do processo é o uso do chamado DMC estendido [Peterson et al 1991]; Como o próprio nome já diz, este algoritmo é uma extensão do caso linear do DMC. Neste algoritmo de controle a não linearidade é considerada como um distúrbio medido do processo, conforme é mostrado na equação a seguir.

$$y^{el} = y^{past} + ML \cdot \Delta u + d^{ext} + d^{nl} \quad (2.39)$$

onde: y^{el} é a saída do modelo estendido;
 y^{past} é o bias para o modelo;
 ML é a matriz do modelo linear (similar a Su);
 Δu são as variações nas entrada (variáveis de minimização);
 d^{ext} é o distúrbio medido do processo;
 d^{nl} é o distúrbio não linear do processo;

O algoritmo de controle é iterativo e consiste em iniciar a minimização da função objetivo considerando o d^{nl} identicamente igual a zero, já que não é possível saber seu valor na primeira iteração. Fazendo a primeira minimização determina-se o conjunto de ações de controle para o processo e, de posse destas é possível prever o que acontece no modelo não linear do processo, aplicando as ações projetadas a este. Assim, é feita uma atualização do vetor d^{nl} para ser aplicado na iteração seguinte. ou seja:

$$d_{i+1}^{nl} = d_i^{nl} + \beta \cdot (y_i^{nl} - y_i^{el}) \quad (2.40)$$

Determinado o novo d^{nl} , aplica-se este ao modelo estendido e procede-se a minimização novamente. O algoritmo procede até que a resposta de ambos os modelos, estendido e não linear, estejam suficientemente próximas.

2.4.2 Modelos de Entrada e Saída

Outra forma, talvez mais precisa de compensar as não linearidades do sistema é através da utilização de modelos do tipo “entrada e saída”, já utilizados pelos controladores não lineares comerciais MVC da Continental e Process Perfect da Pavillion.

De forma genérica, é possível decompor um modelo numa parte dinâmica (tempo morto, resposta inversa, tempo de subida, tempo de assentamento) e uma parte estática (ganho). A idéia por trás destes modelos é utilizar uma dinâmica constante e uma parte

estática não linear. As variáveis de entrada e saída são descritas como variáveis desvio como segue:

$$\delta u_k = u_k - u_s \quad (2.41)$$

$$\delta y_k = y_k - y_s \quad (2.42)$$

As variáveis desvio são utilizadas em um modelo linear da forma:

$$\delta y_k = \sum_{i=1}^n (a_i \cdot \delta y_{k-i} + b_i \cdot \delta u_{k-i}) \quad (2.43)$$

Para a parte estática do modelo define-se o ganho local para o sistema em um ponto de operação j , a partir de um modelo estacionário não linear, como sendo:

$$K_j = \left. \frac{dy_s}{du_s} \right|_{u_j} \quad (2.44)$$

Para a determinação do ganho a ser aplicado no sistema, utiliza-se uma interpolação linear dos ganhos dos pontos de operação inicial e final, dado por:

$$K_s = K_s^i + \frac{K_s^f - K_s^i}{u_s^f - u_s^i} \delta u_k \quad (2.45)$$

Aplicando o ganho interpolado da equação 2.45 ao modelo linear da equação 2.43 obtém-se o seguinte modelo:

$$\delta y_k = \sum_{i=1}^n a_i \delta y_{k-i} + \bar{b}_i \delta u_{k-i} + \bar{g}_i (\delta u_{k-i})^2 \quad (2.46)$$

onde:

$$\bar{b}_j = \frac{b_j K_S^j \left(1 - \sum_{n=1}^M a_n \right)}{\sum_{n=1}^M b_n} \quad (2.47)$$

$$\bar{g}_j = \frac{\bar{b}_j (K_S^f - K_S^j)}{K_S^f (u_S^f - u_S^j)} \quad (2.48)$$

onde os sobrescritos i e f representam os pontos inicial e final respectivamente

A expressão anterior é utilizada na otimização das ações de controle.

2.5 Conclusões

Neste capítulo, mostrou-se alguns tipos de controladores preditivos que fundamentam o algoritmo LLT descrito no capítulo 4. Existe atualmente uma gama bastante grande de controladores preditivos, muitos comerciais, que apresentam características distintas, mas que, por não se relacionarem com o LLT, não estão aqui discutidos. Comparações entre diversos controladores podem ser encontradas na literatura [Qin e Badgwell 1998].

A intenção que motivou o desenvolvimento do algoritmo LLT, foi o desenvolvimento de um controlador capaz de trabalhar com não linearidades dos processos industriais, que não podem ser bem compensadas por controladores lineares, e que não se baseasse em controladores comerciais não lineares já existentes.

As limitações dos algoritmos de controle mostrados, e motivação para o desenvolvimento de um novo algoritmo estão apresentadas no capítulo 3.

2.6 Referências Bibliográficas

[Bequette 1998] BEQUETTE, W.; "*Process Dynamics Modeling Analysis and Simulations*"; Prentice Hall PTR; New Jersey; 1998.

[Camacho e Bordons 1995] CAMACHO, E. F., BORDONS, C.; "*Model Predictive Control in the Process Industry*"; Springer Verlag; London; 1995; pp 136-140.

[Morari et al 1992] Morari, M., Garcia, C. E., Prett, D. M.; "*Model Predictive Control*"; 1992.

[Peterson et al 1991] PETERSON, T., HERNANDEZ, E., ARKUN, Y., SCHORK, F. J.; "*Nonlinear DMC Algorithm and its Application to a Semi-Batch Polymerization Reactor*"; Chemical Engineering Science; 1992; v.47, no 4; pp 737-753.

[Prett et al 1982] PRETT; D. M., RAMAKER, B. L., CUTLER, C.R.; "*Dynamic Matrix Control Method*"; US Patent Document nº 4.349.869; 1982.

[Qin e Badgwell 1998] QIN, J., BADGWELL T. A.; "*An Overview on Nonlinear Model Predictive Control Applications*"; International Symposium on Nonlinear Predictive Control: Assessment And Future Directions." Ascona, Switzerland. June, 3-5, 1998.

[Silva e Kwong 1999] SILVA, R. G., KWONG, W. H.; "*Nonlinear Model Predictive Control of Chemical Process*"; Brazilian Journal of Chemical Engineering, March, 15, 1999.

[Yeo e Williams 1987] YEO, Y. K., WILLIAMS, D. C.; "*Bilinear Model Predictive Control*"; Ind. Eng. Chem. Research; 1987; v26; pp 2267-2274.

Capítulo 3

Comportamento dos Controladores Preditivos Convencionais

Um estudo preliminar foi realizado com o objetivo de comparar diferentes controladores preditivos e com diferentes implementações, para que fosse possível ter uma base de referência para o desenvolvimento e a implementação a ser realizada.

Neste capítulo são mostrados resultados comparativos entre os controladores mais comuns citados na literatura, a fim de demonstrar as limitações e falhas existentes no uso destes, e utilizá-las como motivação para o desenvolvimento de um novo algoritmo de controle.

3.1 Modelo Básico

O desenvolvimento de um controlador preditivo não linear, deveria, idealmente, se basear na utilização de um modelo não linear para promover a minimização do erro da trajetória para os instantes de tempo futuros, visando encontrar as melhores ações de controle a serem tomadas. Na prática isto se torna inviável, pois a primeira limitação que se impõe a esta metodologia é a carga computacional requerida para o cálculo, que poderia extrapolar o tempo de amostragem do sistema e não gerar a ação de controle em tempo hábil para aplicação na planta. A segunda barreira para a utilização de um modelo totalmente não linear é a possibilidade da existência de vários mínimos locais, o que não ocorre com modelos lineares. Nestes casos a ação de controle poderia ser calculada inapropriadamente se o mínimo encontrado não fosse o global. Finalmente, a terceira barreira para a utilização de um modelo totalmente não linear é a grande variabilidade de formas que a função objetivo poderia assumir e deste modo alguns métodos de otimização poderiam ser muito eficientes para alguns modelos e completamente ineficazes para outros.

A alternativa proposta para uma implementação mais robusta deste algoritmo consiste em baseá-lo em modelos lineares de forma a aproveitar o que existe de bom nos mesmos e acrescentar mudanças para que este compense as não linearidades do sistema.

Dentre os modelos lineares mais conhecidos, já descritos no capítulo anterior, resta saber qual destes seria potencialmente o mais robusto para servir de base para implementação. A princípio, todos os modelos descritos anteriormente poderiam ser utilizados sendo que alguns, como o modelo de resposta ao degrau ou o modelo de resposta ao impulso, apresentam a vantagem de ser facilmente identificados e de não depender de estados, variáveis estas muito mais difíceis de ser obtidas da planta. No entanto optou-se pela utilização de modelos em espaço de estados pelo fato de descreverem melhor o sistema quando este apresenta problemas de direcionalidade.

É possível descrever esta problemática, analisando a forma como os modelos de resposta ao degrau são identificados. A determinação destes modelos é feita perturbando-se o sistema nas diferentes entradas individualmente e determinando a resposta em cada uma das saídas. Para exemplificar o que pode ocorrer com este tipo de procedimento considere o caso de uma coluna de destilação cujo modelo linear, na forma de função de transferência, está representado da seguinte forma.

$$G(s) = \frac{1}{75s+1} \begin{bmatrix} 87.8 & -86.4 \\ 108.2 & -109.6 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Decompondo-se este sistema em seus valores singulares, encontra-se a representação mostrada na equação 3.2, seguida pelo cálculo do condicionamento do sistema na equação 3.3.

$$G(0) = \begin{vmatrix} 0,624 & -0,780 \\ 0,780 & 0,624 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 197,208 & 0 \\ 0 & 1,391 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0,7066 & -0,7077 \\ -0,7077 & -0,7066 \end{vmatrix}^H \quad (3.2)$$

$$\gamma = \frac{S_{1,1}}{S_{2,2}} = \frac{197,208}{1,391} = 136,34 \quad (3.3)$$

Observando-se a decomposição realizada, é possível ver que trata-se de um sistema mal condicionado embora esteja perto do seu condicionamento mínimo. Sistemas mal condicionados caracterizam-se pelo fato de possuírem ganhos bastante diferenciados para diferentes direções de entrada das ações de controle. Para o sistema acima, se uma perturbação com direção $u = [0,7066 \quad -0,7077]^T$ for feita no sistema, as saídas se manifestarão com um ganho final dado por $y = 197,208 * [0,624 \quad 0,781]^T$, ou seja, $y = [123,18 \quad 154,01]^T$. Se por outro lado, a perturbação realizada for $u = [-0,7077 \quad -0,7066]^T$, as saídas se manifestarão com um ganho final dado por $y = 1,391 * [-0,781 \quad 0,624]^T$, ou seja, $y = [-1,0866 \quad 0,8691]^T$. A figura 3.1 mostra de forma mais clara a influência da direção de entrada da perturbação no módulo do ganho, para diversas direções de entrada.

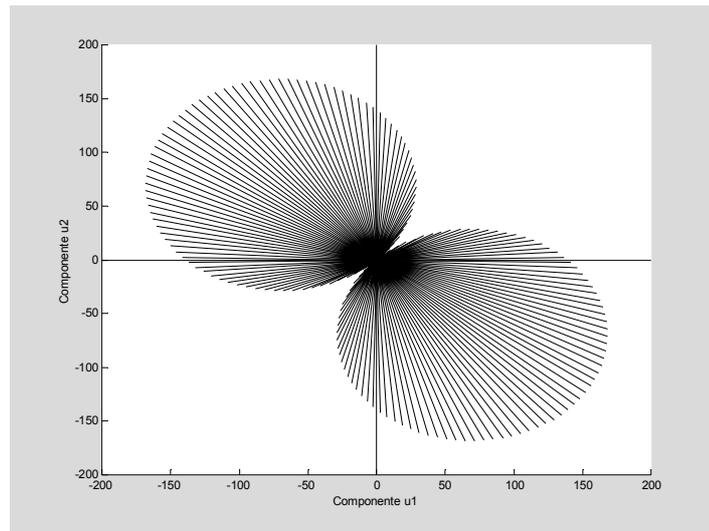


Figura 3.1: Diagrama da manifestação do módulo do ganho nas saídas em relação a direção de entrada da perturbação para o sistema da equação 3.2. O módulo do ganho está representado pelo comprimento de cada reta, bem como a direção de entrada pelas componentes horizontal e vertical.

Facilmente pode ser observado que pequenas variações na direção da variáveis manipuladas provocam grandes mudanças na resposta do sistema, o que pode tornar a otimização da função objetivo mais difícil e susceptível a erros numéricos.

De fato realizando-se a simulação de um controlador MPC linear que utiliza modelos na forma resposta ao degrau, para o sistema proposto na equação 3.2, mostra uma tendência oscilatória na resposta do sistema proveniente dos erros numéricos no projeto das ações de controle, conforme a figura 3.2.

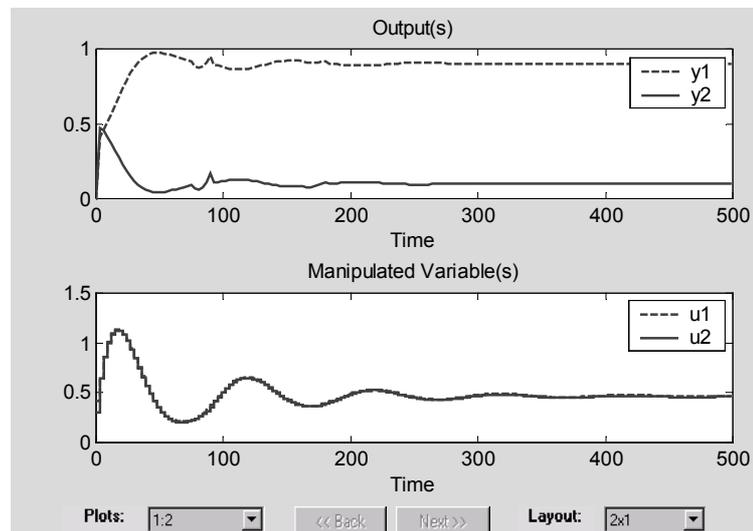


Figura 3.2: Sistema controlado com MPC linear utilizando o modelo *Step Response*

Por outro lado a utilização do controlador implementado com o modelo em espaço de estado se mostra menos oscilatória, como mostra a comparação das ações de controle projetadas por ambos controladores na figura 3.3.

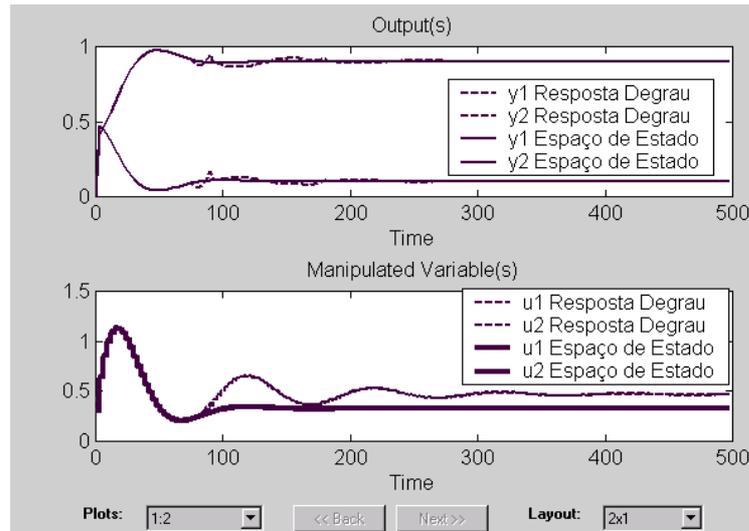


Figura 3.3: Comparação entre as ações de controle projetadas pelos controladores utilizando modelos em espaço de estado e resposta degrau.

Por este motivo, preferiu-se partir de modelos lineares na forma de espaço de estado, para desenvolver o algoritmo não linear.

3.2 Estudo de Caso

Para analisar o algoritmo de controle linear, utilizou-se um modelo bastante conhecido e estudado na literatura [Vusse 1964], que é a reação de Van de Vusse. Esta reação se desenvolve formando três componentes como está representado nas equações seguintes.



Utiliza-se um reator do tipo CSTR, conforme mostrado na figura 3.4, para promover a reação de forma que a alimentação F_{in} é uma corrente rica no componente A, cuja concentração é denominada C_{Ain} . O reator possui um volume V_R , e é provido de uma camisa de troca térmica, cujo calor total trocado é dado por Q_K . A corrente de saída possui a mesma temperatura do reator T , uma vazão de saída F e composições de A e B, C_A e C_B respectivamente. A fim de simplificar o modelo, considerou-se controle ideal de nível e temperatura de forma a mantê-los constantes. Assim, a modelagem do sistema fica reduzida às equações.

$$\frac{dC_A}{dt} = f \cdot (C_{Ain} - C_A) - [k_1 C_A + k_3 C_A^2] \quad (3.6)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = -f \cdot C_B + [k_1 C_A - k_2 C_B] \quad (3.7)$$

onde: f representa o inverso do tempo de residência dado por F_{in}/V_R . k_1 , k_2 e k_3 são as constantes de cada reação das equações 3.4 e 3.5, C_A e C_B são as concentrações de A e B no reator e C_{Ain} é a concentração de A na alimentação

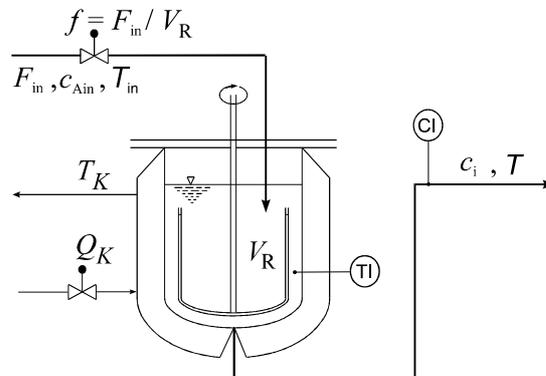


Figura 3.4: Reator de Van de Vusse

O produto de interesse desta reação é o componente B, sendo que os componentes C e D são subprodutos e devem ser evitados. Inconvenientemente, as reações que geram os subprodutos são as que possuem as maiores velocidades de reação, de forma que um aumento na alimentação de A tende a aumentar a produção de B, mas por outro lado, aumentar também a produção de C e D. Este fato gera um comportamento bastante antagônico da concentração de B para diferentes valores de vazão de alimentação. Com vazões baixas de alimentação tem-se um ganho positivo da vazão em relação a concentração de B, ou seja, aumentando-se a vazão aumenta-se a concentração de B. Para vazões mais elevadas o efeito é contrário: um aumento na vazão produz uma redução na concentração de B, indicando um ganho negativo. Além disso, o efeito da diluição produz uma resposta inversa quando o ganho é positivo e uma sobre elevação (*overshoot*) quando este é negativo. O comportamento do ganho do sistema pode ser melhor visualizado na figura 3.5, que mostra os valores estacionários da concentração de B para diferentes vazões. O ganho local do sistema está representado pela inclinação da curva em cada ponto. Os parâmetros utilizados neste modelo estão mostrados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros e variáveis utilizados na simulação do modelo de Van de Vusse

Variável	Valor	Unidade
C_{Ain}	5.100	M
C_A^*	1.286	M
C_B^*	0.922	M
f^*	20.0	h^{-1}
k_1^{**}	50.614	h^{-1}
k_2^{**}	50.614	h^{-1}
k_3^{**}	6.741	h^{-1}

* Valores típicos para o estado estacionário inicial das simulações

** Constantes estabelecidas para a temperatura de 134°C

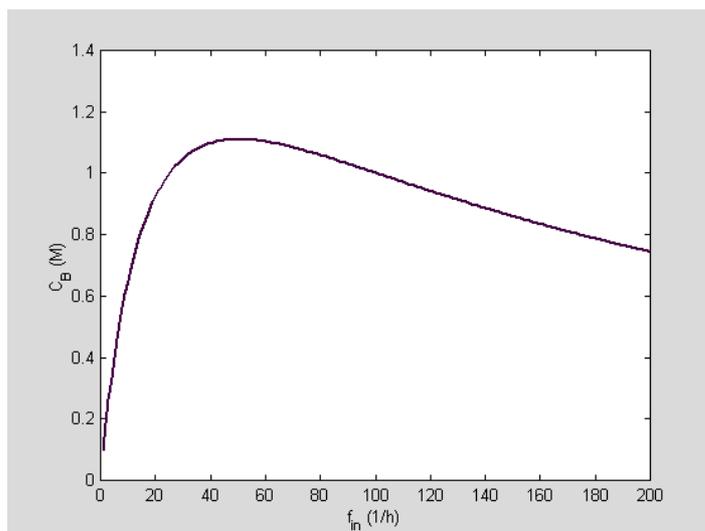


Figura 3.5: Diagrama estacionário de C_B em função da vazão de alimentação para a reação de Van de Vusse, utilizando a temperatura do reator a 134°C .

Este sistema representa um caso bastante drástico de não linearidade de uma planta e nem todos os processos da indústria química se comportam assim. No entanto, inversões de ganho e de dinâmica são fatores preponderantes em muitos casos e, sendo assim, importantes no estudo de controle preditivo não linear.

3.3 Predição de Modelos Lineares

A reação de Van de Vusse, descrita anteriormente, foi submetida ao controlador preditivo puramente linear [Prett et al 1982]. Considerando-se a temperatura do reator constante de $134,14^\circ\text{C}$, iniciou-se a operação do sistema na vazão de 20 h^{-1} (20 volumes de reator por hora), o que corresponde, pela modelagem do sistema, às concentrações de C_A e C_B de $1,2865\text{M}$ e $0,9221\text{M}$, respectivamente. De acordo com a figura 3.5, o ganho nesta posição é positivo, de forma que, intuitivamente, espera-se que seja necessário aumentar a vazão da alimentação quando se deseja aumentar a concentração. De fato esta é a predição feita pelo controlador linear, mas, quando uma mudança de *setpoint* leva o sistema para região de inversão de ganho, o controlador pode torná-lo instável, como mostra a figura 3.6. Isto ocorre porque quando o controlador atinge o ponto de máximo do sistema mostrado na figura 3.5, o ganho anula-se e, independente da ação de controle tomada, de forma alguma o sistema chegará a um valor maior de concentração. Contudo, o modelo utilizado pelo controlador pressupõe que o ganho, mesmo no ponto em questão, é positivo e um pequeno erro numérico no valor da variável controlada, ou mesmo, no caso da aplicação à planta, um ruído de processo, é suficiente para que a medida do processo se afaste ligeiramente do *setpoint* e provoque a instabilidade, pois uma pequena leitura abaixo do valor requerido obrigará o controlador a aumentar a vazão de alimentação, o que na realidade reduzirá a concentração de C_B . Deste ponto em diante, cada ação de controle tomada pelo controlador afastará cada vez mais o sistema de seu ponto de operação. Nota-se que na figura 3.6 as ações de controle só pararam de aumentar pelo fato de existir uma restrição na vazão de alimentação do reator em 200 h^{-1} . Isto significa que o controlador instabiliza a malha de controle

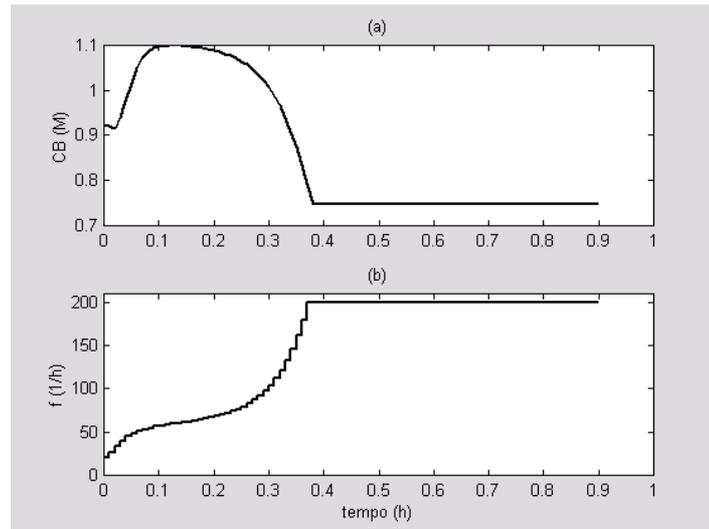


Figura 3.6: Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de *setpoint* de 0,92M para 1,11M, na simulação do reator de Van de Vusse com MPC linear ($P=16$, $M=4$, $\Gamma=0.7$, $\Lambda=8,3 \times 10^{-6}$).

Uma outra alternativa para o controle preditivo deste sistema seria a troca dos modelos lineares de acordo com a região de operação [Henson 1998]. Embora o controlador preditivo projete todas as ações para o horizonte de controle, apenas a primeira ação é efetivamente aplicada. No instante seguinte todas as ações são reprojadas, o que abre o precedente para a utilização de múltiplos modelos. Para tanto basta que o controlador verifique qual o modelo mais adequado a ser utilizado (ganho positivo ou negativo) e, com este, recalcule as ações de controle. Na forma como tal implementação foi feita, o modelo é obtido pela linearização do modelo não linear com os valores correntes das variáveis de entrada e saída, isto é, uma linearização dinâmica. A figura 3.7 mostra o resultado de uma simulação do reator de Van de Vusse utilizando o controlador linear com esta implementação.

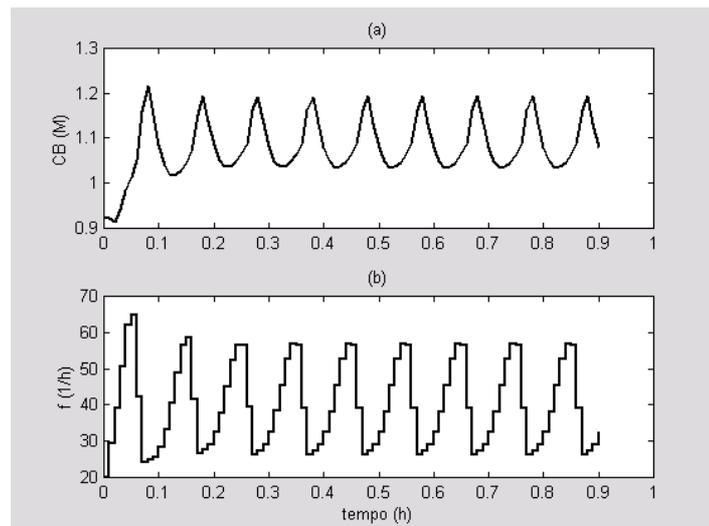


Figura 3.7: Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de *setpoint* de 0,92M para 1,11M, Utilizando a linearização do sistema a cada ação de controle ($P=16$, $M=4$, $\Gamma=0.7$, $\Lambda=8,3 \times 10^{-6}$).

Como é possível observar na figura 3.7, a utilização de modelos linearizados a cada instante de tempo torna o sistema oscilatório. Isto ocorre porque quando uma ação de controle é projetada apenas um modelo linear é considerado, seja ele de ganho positivo ou negativo. O resultado desta sistemática é a geração de ações de controle que ficam levando o sistema permanentemente de um lado para o outro do ponto de inversão de ganho, sem que este possa ser estabilizado no seu valor de *setpoint*. Ao contrário do que ocorre com o sistema puramente linear, o sistema não chega a instabilizar e, se for observada a média dos valores atingidos pela variável controlada, pode-se dizer que C_B oscila em torno do *setpoint*. Provavelmente, na média o C_B produzido estaria em torno da especificação requerida, no entanto, oscilações não costumam ser aceitáveis em processos industriais, pois em casos específicos, isto pode representar uma perda na qualidade do produto, como em reatores de polimerização, ou mesmo um consumo energético desnecessário, como ocorre em colunas de destilação de alta pureza.

3.4 Controlador Preditivo Estendido

Como foi visto no capítulo anterior, o algoritmo de controle estendido melhora a aproximação da predição feita pelo controlador, introduzindo no cálculo das ações de controle um “distúrbio” proveniente da não linearidade do sistema. Este artifício permite que se determine uma melhor aproximação da predição do sistema, pois um dos principais defeitos dos controladores lineares é a incapacidade de descrever corretamente as ações de controle futuras, posteriores à primeira ação de controle. Isto pode ser visualizado nas figuras 3.8 e 3.9, que mostram a predição feita em dois instantes diferentes da simulação. A primeira mostra a predição inicial da simulação e a outra a predição após a tomada de cinco ações de controle. Comparando ambas as figuras observa-se que na primeira as ações de controle atingem, no estado estacionário, trinta volumes de reator por hora, enquanto que na sexta ação de controle são necessários quarenta volumes de reator por hora para atingir o mesmo estado estacionário.

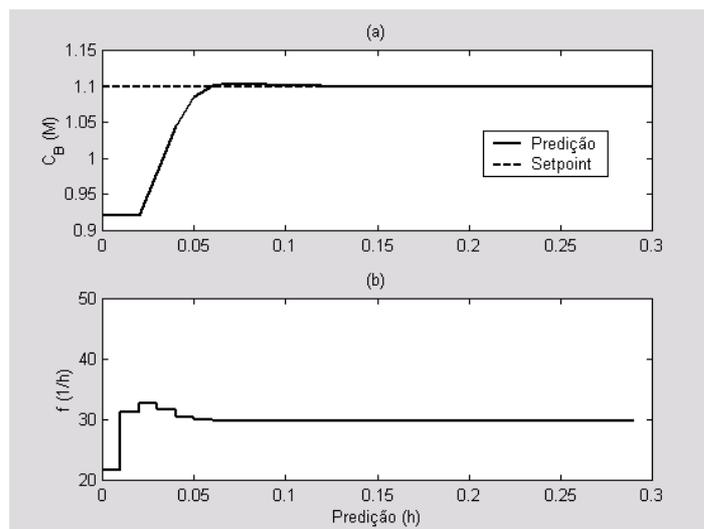


Figura 3.8: Predição feita pelo algoritmo linear na variável controlada (a) e nas ações de controle(b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na primeira predição.

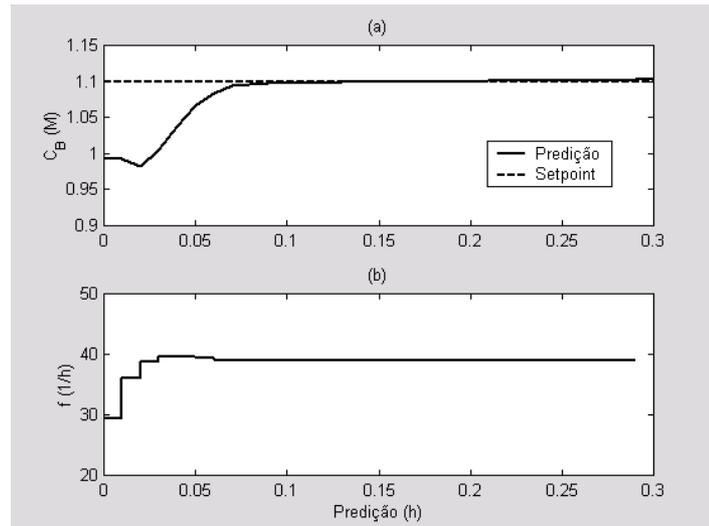


Figura 3.9: Predição feita pelo algoritmo linear na variável controlada (a) e nas ações de controle (b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na sexta predição.

Na figura 3.10 observa-se a predição realizada pelo algoritmo de controle estendido, cujas ações de controle futuras projetadas em um dado instante de tempo condizem com as ações de controle que realmente serão tomadas futuramente. Isto fica claro observando-se a ação de controle final projetada no primeiro instante da simulação para alcançar o estacionário (em torno de 40 h^{-1}) e comparando-as com o diagrama estacionário da figura 3.5.

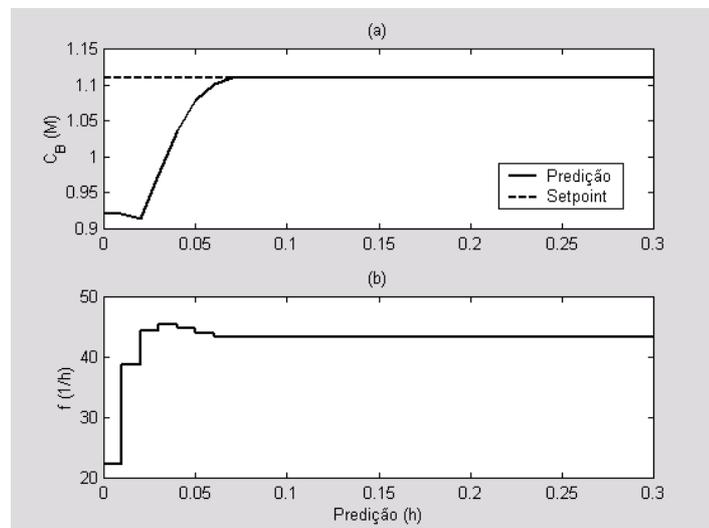


Figura 3.10: Predição feita pelo algoritmo estendido na variável controlada (a) e nas ações de controle (b), partindo da vazão inicial de 20 h^{-1} , na primeira predição.

Embora o controlador estendido melhore a predição, nos casos em que se tem inversão de ganho este algoritmo também não é satisfatório, pois este trabalha considerando a não linearidade como um mero distúrbio medido do sistema, mas o seu modelo de predição mantém um ganho com o mesmo sinal. A figura 3.11 mostra a simulação do reator de Van de Vusse com o controlador estendido atuando no processo. É possível observar que, similarmente ao controlador linear, o controlador estendido provoca a instabilidade quando o ganho do sistema muda de sinal, e como era de se esperar, leva o sistema muito mais rápido a

saturação da variável manipulada, pois as ações de controle que levam a saturação são projetadas desde o início da mudança de *Setpoint*.

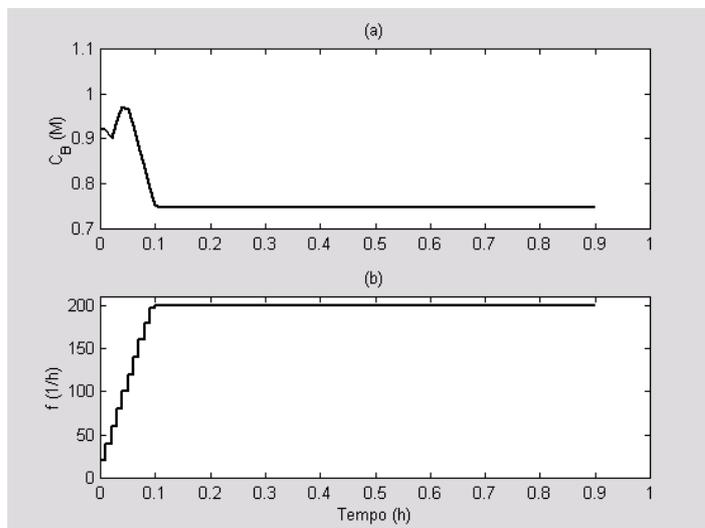


Figura 3.11: Gráfico das ações de controle (b) e dos valores da variável controlada (a) durante a mudança de *setpoint* de 0,92M para 1,11M, na simulação do reator de Van de Vusse com MPC linear estendido.

3.5 Conclusões

Neste capítulo demonstrou-se, através de um estudo de caso, como os algoritmos de controle preditivos podem falhar quando são aplicados a processos onde ocorrem inversões de ganho do sistema. Esta é uma situação extrema mas que pode acontecer em vários processos industriais, tornando estes controladores limitados.

Mostrou-se também que o controlador estendido apresenta a vantagem de determinar uma predição mais próxima das ações de controle que o controlador realmente aplicará ao sistema, tornando-o mais rápido e mais preciso. No entanto, verifica-se que a forma como este controlador compensa a não linearidade do processo não é eficaz nos casos onde o ganho inverte de sinal e, caso a inversão de ganho ocorra, leva o sistema mais rápido à instabilidade.

Estas limitações operacionais, motivaram o desenvolvimento do algoritmo LLT, que soluciona este problema.

3.6 Referências Bibliográficas

[Henson 1998] Henson, M. A. ; “*Non Linear Model Predictive Control: Current Status and Future Directions*”; Computers and Chemical Engineering; v23; pp 187-202; 1998.

[Prett at al 1982] PRETT; D. M., RAMAKER, B. L., CUTLER, C.R.; "*Dynamic Matrix Control Method*"; US Patent Docment nº 4.349.869; 1982.

[Vusse 1964] VUSSE., J. G. Van de,; "*Plug Flow Type Reactor versus Tank Reactor*"; Chem. Eng. Science; v 19, pp 994-997; 1964.

Capítulo 4

O Algoritmo LLT

O objetivo principal desta dissertação é o desenvolvimento de um algoritmo de controle preditivo não linear e multivariável que contemple dois quesitos principais. O primeiro é ser um controlador que funcione bem para aplicação em plantas industriais, e o segundo é que funcionasse melhor que os algoritmos de controle preditivo já existentes comercialmente.

O algoritmo LLT, “*Local Linearization on the Trajectory*”, veio contemplar ambos os quesitos, pois sua sistemática proposta por [Trierweiler e Secchi 2000] não foi aplicada em nenhum controlador comercial e os resultados de sua aplicação a modelos matemáticos demonstraram a sua eficácia. Este algoritmo consiste de um método capaz de minimizar a função objetivo utilizando um modelo totalmente não linear através de sucessivas linearizações, que alavancam a convergência do modelo.

Neste capítulo são discutidas a metodologia de convergência, a forma como a mesma foi implementada e as considerações feitas para o funcionamento do algoritmo. A interface gráfica desenvolvida para testar o controlador está descrita no Apêndice A.

4.1 Metodologia

Conforme foi descrito no capítulo 2, o DMC e demais MPCs convencionais utilizam modelos lineares para projetar um conjunto de ações de controle de um sistema para todo o horizonte de controle, através de uma minimização do erro predito por um modelo linear para todo o horizonte de predição. A metodologia LLT procura utilizar múltiplos modelos para a minimização de forma que a minimização ocorra utilizando modelos lineares referentes aos pontos transientes pelos quais o sistema vai passar durante uma mudança de *setpoint*. Isto significa que o modelo linearizado no ponto de operação atual servirá somente para o cálculo da primeira ação de controle pois as demais ações serão baseadas, cada uma, em um modelo.

No entanto, a determinação dos modelos a serem utilizados depende da trajetória a ser seguida, que por sua vez, vem da aplicação das ações de controle projetadas, sendo que estas se

baseiam nos próprios modelos. Isto significa que, para um dado conjunto de modelos, de uma trajetória existe apenas um conjunto de ações de controle que serão válidas e descreverão a trajetória, ou, se for observado de outra forma, para um conjunto de entradas do sistema tem-se um conjunto seletivo de modelos que devem ser modificados se estas entradas forem modificadas para se tornarem condizentes com a nova trajetória de referência.

Na prática o conjunto de modelos serve de mecanismo de convergência do controlador baseado em um modelo não-linear. É possível entender melhor este mecanismo de convergência fazendo-se uma analogia com o método de Newton-Raphson de resolução de equações não lineares. Neste método, a raiz da equação é determinada por sucessivas aproximações lineares até que a raiz, determinada pelas mesmas, se aproxime o suficiente da raiz da equação não linear.

A rotina de cálculo do algoritmo inicia com uma avaliação do sistema não linear aplicando-se os valores medidos das variáveis manipuladas e dos estados de forma a gerar a primeira trajetória de referência. Com esta primeira trajetória de referência determina-se o primeiro conjunto de modelos linearizados ao longo da trajetória. Fazendo a otimização utilizando este conjunto de modelos, será gerada uma nova seqüência de ações de controle, que, aplicado ao modelo não linear, gera uma nova trajetória e um novo conjunto de modelos linearizados. As ações de controle são determinadas nesta seqüência de iterações até que a trajetória de referência se aproxime suficientemente da trajetória gerada pelos modelos linearizados ao longo da mesma.

4.2 Estrutura do modelo LLT

A dedução feita para o MPC linear no capítulo 2, baseada em um modelo linear único, pode ser expandida para um conjunto de modelos que descrevem uma trajetória. Para um maior entendimento da forma como é desenvolvida a linearização ao longo da trajetória, a figura 4.1 mostra a resposta de um sistema e as respectivas ações de controle que a geraram:

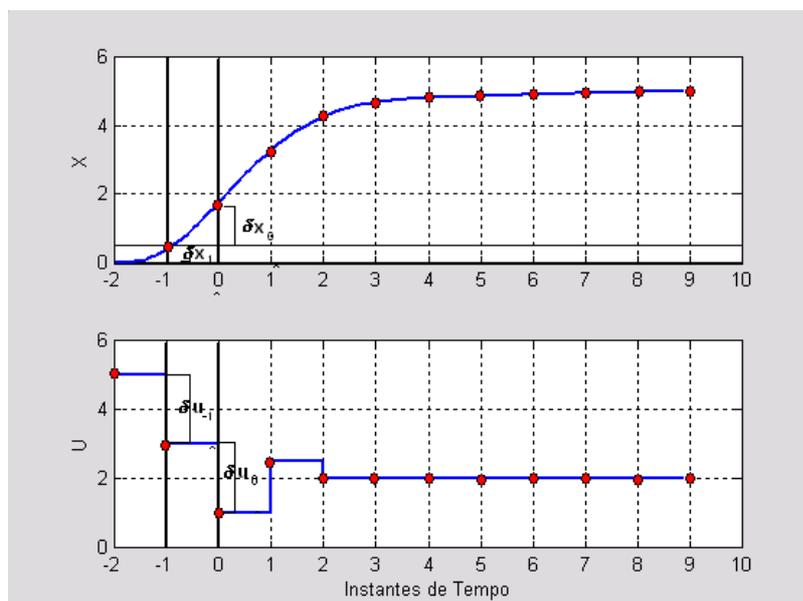


Figura 4.1: Resposta de um sistema genérico a uma seqüência de entradas

Considere um sistema discreto onde as entradas são consideradas constantes entre os tempos de amostragem do sistema. A forma geral deste modelo no espaço de estado discreto é dado por:

$$(x_k - x^B) = A \cdot (x_{k-1} - x^B) + B \cdot (u_{k-1} - u^B) \quad (4.1)$$

$$(y_k - y^B) = C \cdot (x_k - x^B) + D \cdot (u_k - u^B) \quad (4.2)$$

onde: x^B, u^B, y^B , representam o estado estacionário onde o sistema foi linearizado;

x_i, u_i, y_i , representam o valor dos estados, entradas e saídas respectivamente no tempo i .

A representação das equações 4.1 e 4.2 mostra um sistema linearizado num ponto estacionário qualquer. A idéia no modelo LLT é a utilização de linearizações dinâmicas. As matrizes A, B, C e D do modelo são obtidas pela linearização do modelo não linear em relação às entradas e aos estados, obtendo-se expressões analíticas destas matrizes em função das mesmas variáveis. Para a linearização convencional costuma-se determinar um ponto estacionário, e as matrizes neste ponto. Assim o sistema fica linearizado em torno deste ponto estacionário específico. No caso da linearização dinâmica, as matrizes são recalculadas para cada ponto da predição com valores das variáveis do instante de tempo referido. Partindo-se da resposta da figura 4.1 é possível gerar as matrizes do modelo em espaço de estado para cada instante de tempo mostrado, conforme está representado a seguir:

$$(x_k - x_{k-1}^B) = A_{k-2} \cdot (x_{k-1} - x_{k-2}^B) + B_{k-2} \cdot (u_{k-1} - u_{k-2}^B) \quad (4.3)$$

$$(y_k - y_{k-1}^B) = C_{k-1} \cdot (x_k - x_{k-1}^B) + D_{k-1} \cdot (u_k - u_{k-1}^B) \quad (4.4)$$

onde ‘x’ representa os estados, ‘u’ as entradas e ‘y’ as saídas do sistema. O índice k representa o instante de tempo atual. Os índices nas matrizes do modelo no espaço de estado indicam que estas foram linearizadas nos pontos cujas entradas e os estados correspondem aos seus índices. Por exemplo, a matriz A_1 , foi obtida na linearização com os valores de x_1 e u_1 . O sobrescrito “B” indica o valor de referência usado na linearização, que neste caso coincide com o valor do instante anterior de cada variável.

Uma alteração importante feita neste algoritmo e que está mostrada na equação 4.4 foi a inclusão da matriz “D”. Em termos de controle de processo, esta matriz representa a parcela das entradas que tem uma relação direta nas saídas do processo. É bem verdade que, na grande maioria dos sistemas da indústria química, esta relação com as entradas não ocorre, mas por outro lado, quando se trabalha com dinâmicas muito distintas, com tempos de subida muito diferentes, é possível aproximar as dinâmicas mais rápidas por uma influência direta das entradas nas saídas. Este artifício é utilizado para permitir que se trabalhe com tempos de amostragem maiores e horizontes de predição menores, pois um dos critérios para a escolha destes parâmetros é exatamente o tempo de subida do sistema. De forma geral, o tempo de amostragem é escolhido pensando-se na dinâmica do canal mais rápido, enquanto que o

horizonte de predição é determinado pelo canal mais lento. O resultado desta sistemática é que quando se trabalha com dinâmicas muito distintas trabalha-se com tempo de amostragem muito reduzidos e horizontes de predição elevados, acarretando em uma carga computacional excessiva.

Assim, para qualquer instante de tempo é possível descrever o modelo pelo seguinte conjunto de equações:

$$(x_0 - x_{-1}^B) = A_{-2} \cdot (x_{-1} - x_{-2}^B) + B_{-2} \cdot (u_{-1} - u_{-2}^B) \quad (4.5)$$

$$(y_0 - y_{-1}^B) = C_{-1} \cdot (x_0 - x_{-1}^B) + D_{-1} \cdot (u_0 - u_{-1}^B) \quad (4.6)$$

$$(x_1 - x_0^B) = A_{-1} \cdot (x_0 - x_{-1}^B) + B_{-1} \cdot (u_0 - u_{-1}^B) \quad (4.7)$$

$$(y_1 - y_0^B) = C_0 \cdot (x_1 - x_0^B) + D_0 \cdot (u_1 - u_0^B) \quad (4.8)$$

• • •

$$(x_P - x_{P-1}^B) = A_{P-2} \cdot (x_{P-1} - x_{P-2}^B) + B_{P-2} \cdot (u_{P-1} - u_{P-2}^B) \quad (4.9)$$

$$(y_P - y_{P-1}^B) = C_{P-1} \cdot (x_P - x_{P-1}^B) + D_{P-1} \cdot (u_P - u_{P-1}^B) \quad (4.10)$$

O ponto que deve ser destacado aqui é o fato de que cada modelo dos sucessivos pontos podem ser diferentes, mas, de forma similar ao desenvolvido para o MPC, pode ser gerada uma representação matricial de y para P instantes de tempo futuros conforme a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \dots \\ y_P \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C_0 B_{-1} & D_0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C_1 A_0 B_{-1} & C_1 B_0 & D_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C_2 A_1 A_0 B_{-1} & C_2 A_1 B_0 & C_2 B_1 & D_2 & \dots & \dots & 0 \\ C_3 A_2 A_1 A_0 B_{-1} & C_3 A_2 A_1 B_0 & C_3 A_2 B_1 & C_3 B_2 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{P-1} \prod_{i=P-2}^0 A_i B_{-1} & C_{P-1} \prod_{i=P-2}^1 A_i B_0 & C_{P-1} \prod_{i=P-2}^2 A_i B_1 & C_{P-1} \prod_{i=P-2}^3 A_i B_2 & \dots & \dots & D_{P-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_0 - u_{-1}^B \\ u_1 - u_0^B \\ u_2 - u_1^B \\ u_3 - u_2^B \\ u_4 - u_3^B \\ \dots \\ u_P - u_{P-1}^B \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 A_{-1} \\ C_1 A_0 A_{-1} \\ C_2 A_1 A_0 A_{-1} \\ C_3 A_2 A_1 A_0 A_{-1} \\ \dots \\ C_{P-1} A_{P-2} \dots A_{-1} \end{bmatrix} \cdot (X_0 - X_{-1}) + \begin{bmatrix} y_{-1}^B \\ y_0^B \\ y_1^B \\ y_2^B \\ y_3^B \\ \dots \\ y_{P-1}^B \end{bmatrix} & \quad (4.11)
\end{aligned}$$

De uma forma mais compacta pode-se representar o sistema por:

$$Y \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} = Su \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} + Sx \cdot \delta x_0 + Y \begin{bmatrix} B \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Como é possível ver, a expressão das saídas do modelo Y depende de dois vetores de valores: Y^B e U^B (intrínseco ao vetor δU). Como este modelo é utilizado para promover a convergência do modelo não linear, os valores mencionados são alterados à medida que as iterações avançam, de forma que, ao final do processo iterativo, estes valores coincidirão com os valores atrasados de um tempo de amostragem para todas as variáveis.

Nota-se na equação 4.12 que, diferentemente da dedução do MPC linear, o vetor de saídas começa no instante zero devido a existência da matriz D no sistema. Assim, a saída no instante zero pode ter uma relação direta com a entrada do mesmo instante de forma que para a otimização das ações de controle, também deve ser levado em conta y_0 .

Outra diferença entre a representação mostrada na equação 4.11 e a representação do MPC convencional está na variável de otimização. Para o MPC convencional, a variável de otimização é o “ ΔU ”: a variação das variáveis de entrada. A utilização deste tipo de variável facilita a formação da função objetivo, pois um dos elementos necessários nesta função é a supressão de movimentos, que pondera a variação das ações de controle em relação ao erro nas saídas. Neste caso a ponderação é feita diretamente sobre a variável de otimização como mostra o segundo termo da seguinte função objetivo:

$$J = \min_{\Delta U \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}} \left(\sum_{i=0}^P (\gamma_i \cdot (y_i - r_i))^2 + \sum_{i=0}^M (\lambda_i \cdot \Delta u_i)^2 \right) \quad (4.13)$$

Além disso, quando se trabalha com um modelo linear único a variação das variáveis de entrada Δu se iguala à variação das variáveis desvio δu , pois o *bias* da linearização é igual para todos os pontos do intervalo de predição

No modelo LLT, as variáveis desvio são dadas em relação a cada um dos pontos da trajetória de referência da linearização, tendo-se um *bias* diferente em cada instante de tempo. A alternativa para implementar este algoritmo foi a utilização de variáveis desvio. O motivo para tal escolha é o fato de não ser necessário transformar as matrizes do modelo para operar com as variáveis em deltas, o que tomaria um tempo computacional maior para a sua montagem. Desta forma a função objetivo permanece similar no primeiro termo, sendo necessário modificar apenas o segundo termo para poder expressar o Δu em termos de variáveis desvio.

As variáveis delta e desvio são representadas, respectivamente, por:

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} \quad (4.14)$$

$$\delta u_k = u_k - u_{k-1}^B \quad (4.15)$$

Para facilitar o entendimento da diferença existente entre variáveis desvio e variáveis delta, a figura 4.2 traz uma representação das trajetórias geradas durante o processo iterativo de aproximação da trajetória ao *setpoint*. Tal figura mostra uma mera representação esquemática da forma como as iterações ocorrem no algoritmo e traz a definição de algumas variáveis utilizadas, não constituindo um sistema real. As ações de controle referentes à trajetória 1 foram geradas a partir da minimização da função objetivo utilizando *os modelos linearizados com os pontos dinâmicos obtidos de uma suposta trajetória 0*. A aplicação destas ações de controle ao modelo não linear gera a trajetória 1 representada na figura. As ações de controle referentes à trajetória 2 foram geradas pela minimização da função objetivo utilizando *os modelos linearizados com os pontos dinâmicos obtidos da trajetória 1*. A aplicação destas ações projetadas gera a trajetória 2.

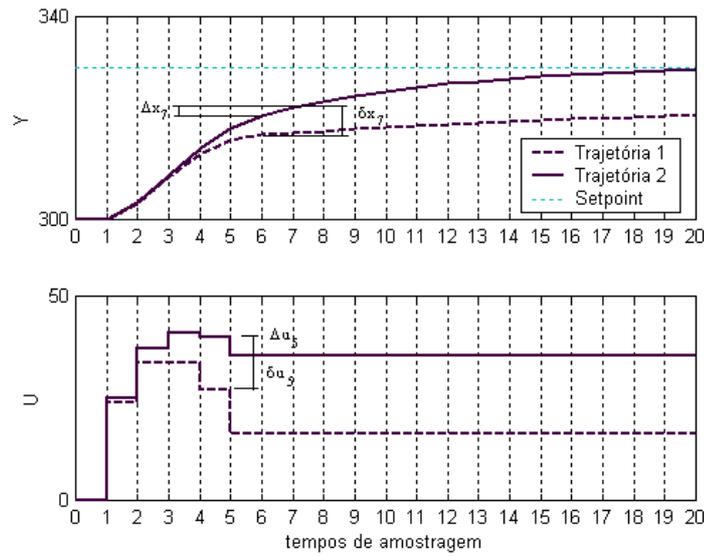


Figura 4.2: Diferença entre variáveis Delta e desvio para o algoritmo LLT.

Substituindo-se o valor de u_k da expressão 4.15 na expressão 4.14 obtém-se a expressão de Δu em função das variáveis desvio:

$$\Delta u_k = (\delta u_k + u_{k-1}^B) - (\delta u_{k-1} + u_{k-2}^B) \quad (4.16)$$

Deste modo, a nova expressão para a função objetivo, em termos de variáveis desvio, é dada por:.

$$J = \min_{\delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}}} \left(\sum_{i=0}^P (\gamma_i \cdot (y_i - r_i))^2 + \sum_{i=0}^M (\lambda_i \cdot ((\delta u_i + u_{i-1}^B) - (\delta u_{i-1} + u_{i-2}^B)))^2 \right) \quad (4.17)$$

No caso de se utilizar outros elementos da função objetivo conforme os descritos no capítulo 2, tais como valores alvo e restrições suaves, a expressão final da função objetivo é dada por:

$$J = \min_{\delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}}} \left(\sum_{i=0}^P (\gamma_i \cdot (y_i - r_i))^2 + \sum_{i=0}^M (\lambda_i \cdot ((\delta u_i + u_{i-1}^B) - (\delta u_{i-1} + u_{i-2}^B)))^2 + \sum_{i=0}^M (\psi_i \cdot ((\delta u_i + u_{i-1}^B) - z_i))^2 + (\varphi |s|)^2 \right) \quad (4.18)$$

sujeitas às seguintes restrições:

$$U_{\min} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$-\Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq \Delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq \Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$Y_{\min}^{[p]} \leq Y_{[0]}^{[p]} \leq Y_{\max}^{[p]} \quad (4.21)$$

$$Y_{S_{\min}}^{[p]} - s \leq Y_{[0]}^{[p]} \leq Y_{S_{\max}}^{[p]} + s \quad (4.22)$$

$$s \geq 0 \quad (4.23)$$

4.3 Estimativa do Estado Inicial

O modelo LLT deduzido no item anterior mostra uma relação entre o conjunto de saídas e as respectivas entradas para um conjunto de $P+1$ instantes de tempo a partir do instante zero. No entanto, na prática o instante zero não pode ser medido, pois pelo fato do algoritmo ser iterativo e depender de estimativas de modelos não lineares, o tempo computacional para que as ações de controle sejam projetadas não pode ser desprezado. Desta forma, o controlador só disponibiliza a ação de controle para sua aplicação instantes após a medida da planta e, se esta ação for aplicada, isto equivale a um controlador que possui uma "visão equivocada" sobre o estado atual da planta conforme representado na figura 4.3, que mostra uma medida feita no instante k e a ação de controle aplicada no instante $k+1$. A ação de controle é projetada como se o sistema estivesse no ponto k , mas na realidade, o valor da variável controlada será a do ponto $k+1$.

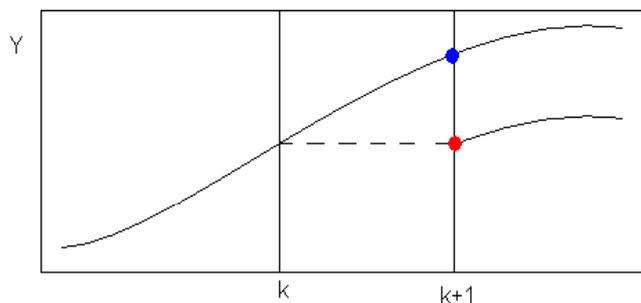


Figura 4.3: Estimativa do estado inicial

A alternativa encontrada para solucionar este problema foi utilizar uma estimativa dos valores iniciais. Assim as medidas da planta são consideradas como medidas no instante "-1", e a partir da variação das variáveis neste instante, estima-se, através do modelo não linear, os valores das variáveis para o momento zero.

4.4 Distúrbios Medidos e Não Medidos

Um das características dos controladores preditivos é a capacidade de trabalhar não só com a ação convencional, onde mede-se as variáveis de saída do processo e a partir destas projeta-se as ações de controle (controle *feedback*), mas também com um tipo menos comum de ações de controle que se baseiam em medir os distúrbios da planta e tomar a ação de controle antes mesmo que os seus efeitos atinjam as saídas do sistema (controle *feedforward*). Evidentemente que o controle feito na forma *feedforward* não elimina a necessidade da ação

retro-alimentada (*feedback*) sobre o sistema, mas melhora o desempenho do controlador na manutenção do *setpoint*.

Os distúrbios de um sistema são entradas que, assim como as variáveis manipuladas, afetam as saídas deste. A diferença crucial entre estes dois tipos de variáveis é que não se tem controle sobre os distúrbios, ou seja, são imprevisíveis, na grande maioria das vezes, e não é possível atuar sobre os mesmos. Por este motivo, o controlador não pode considerar, este tipo de entrada do sistema no projeto das ações de controle.

Para que se possa entender como o controlador trabalha com este tipo de entrada basta que se considere o seguinte sistema:

$$(x_k - x_{k-1}^B) = A_{k-2} \cdot (x_{k-1} - x_{k-2}^B) + B_{k-2} \cdot (u_{k-1} - u_{k-2}^B) + Bd_{k-2} \cdot (d_{k-1} - d_{k-2}^B) \quad (4.24)$$

$$(y_k - y_{k-1}^B) = C_{k-1} \cdot (x_k - x_{k-1}^B) + D_{k-1} \cdot (u_k - u_{k-1}^B) + Dd_{k-1} \cdot (d_k - d_{k-1}^B) \quad (4.25)$$

Fazendo-se a mesma dedução que levou às equações 4.11 e 4.12, a partir das equações 4.3 e 4.4, encontra-se a seguinte expressão:

$$Y_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} = Su \cdot \delta U_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{\begin{bmatrix} p-1 \\ -1 \end{bmatrix}}^B + Sd \cdot \delta D_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} \quad (4.26)$$

A matriz Sd é obtida de modo similar a Su com a diferença apenas em relação as matrizes B e D que as compõem. Como já foi mencionado anteriormente, em geral não se tem medida ou estimativa para valores futuros de distúrbios, exceto em raros casos onde, por exemplo, sabe-se de antemão que haverá uma mudança de *setpoint* em outro sistema que afetará a unidade em questão. Na grande maioria dos casos, o único valor de distúrbio que se tem é o valor da medida presente, e para efeito de cálculo da ação de controle, costuma-se considerar os distúrbios futuros constantes e iguais aos da medida presente. Assim é fácil perceber que os valores $d_k - d_{k-1}^B$ se igualam a zero para todos os instantes “ k ” maiores que 0, já que a medida que se tem é a do instante $k=-1$. Consequentemente, a última parcela adicionada à equação 4.26 será sempre zero, exceto em casos que se conheça um distúrbio futuro. A consideração do distúrbio medido no instante $k=-1$ fica a cargo do estimador do estado inicial, que acumula o seu efeito no valor de δx_0 .

4.4.1 Distúrbios Não Medidos

A ação *feed forward* do controlador só é possível quando se tem medida do distúrbio que entra no sistema. Contudo, nem sempre é possível ter a medida do distúrbio, pois estes podem ser desconhecidos, ter uma forma de medição muito cara, ou mesmo não ser mensuráveis. Nestes casos, o controlador deve ter a robustez necessária para compensar os efeitos destes eventos levando em conta apenas as variáveis que são medidas.

O algoritmo de controle desenvolvido encara este tipo de distúrbio como uma alteração no valor *bias*. O modelo não linear se encarrega de fornecer um valor esperado pelo

modelo para o valor de entradas atuais. A medida das variáveis da planta fornece os valores reais em que se encontram as saídas da planta em um dado momento. O valor do distúrbio é dado pela diferença entre os valores medido e esperado, isto é:

$$w = y_{medido} - y_{nl} \quad (4.27)$$

O distúrbio w é realimentado no algoritmo para o cálculo da ação de controle. Este fator servirá de correção apenas para o modelo não linear. Os modelos gerados pelas sucessivas linearizações não precisam utilizar este fator, uma vez que os mesmos são corrigidos diretamente pelo uso do y_{medido} (saídas da planta). O valor dos estados do sistema permanecem inalterados em relação ao distúrbio, pois estes são estimados pelo próprio modelo não linear, já que não é possível ter uma medida destes diretamente da planta. Isto significa que a correção para o distúrbio não medido se dá apenas sobre as saídas do modelo não linear. Em termos práticos significa dizer que o controlador observa a discrepância atual e considera que ela manter-se-á constante até o final da trajetória.

4.5 Resolução do Problema de Controle

A função objetivo mostrada anteriormente na equação 4.18 é apenas uma representação didática para facilitar a visualização desta. Na prática, a implementação foi feita sob a forma matricial, que está representada na equação 4.28, para facilitar a resolução do problema por programação quadrática.

$$J = \min_{\delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}}, s} \left(\left\| \Gamma_{\begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix}} \cdot (Y_{\begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix}} - R_{\begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix}}) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}} \cdot \left(T \cdot \left(\delta U_{\begin{bmatrix} M \\ -1 \end{bmatrix}} + U_{\begin{bmatrix} M-1 \\ -2 \end{bmatrix}}^B \right) \right) \right\|^2 + \left\| \Psi_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}} \cdot \left(U_{\begin{bmatrix} M-1 \\ -1 \end{bmatrix}}^B + \delta U_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}} - Z_{\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}} \right) \right\|^2 + \|\Phi \cdot s\|^2 \right) \quad (4.28)$$

onde T é uma matriz composta de matrizes identidade, I_{nu} , de tamanho igual ao número de variáveis manipuladas, dada por:

$$T = \begin{bmatrix} I_{nu} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -I_{nu} & I_{nu} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -I_{nu} & I_{nu} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -I_{nu} & I_{nu} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -I_{nu} & I_{nu} \end{bmatrix}_{M_{max} \times M_{nu}} \quad (4.29)$$

Nota-se que no segundo termo da equação 4.28 o vetor de desvios começa com o elemento referente ao tempo "-1". Como este desvio não pode ser considerado como um dos graus de liberdade para a otimização, se faz necessário manipular algebricamente o sistema para que se possa expressar a função objetivo de uma forma adequada. Expandindo o segundo termo da equação 4.28, obtém-se:

$$T\left(\delta u_{[M]} + U_{[-2]}^B\right) = \begin{bmatrix} (\delta u_0 + u_{-1}^B) - (\delta u_{-1} + u_{-2}^B) \\ (\delta u_1 + u_0^B) - (\delta u_0 + u_{-1}^B) \\ (\delta u_2 + u_1^B) - (\delta u_1 + u_0^B) \\ \dots \\ (\delta u_M + u_{M-1}^B) - (\delta u_{M-1} + u_{M-2}^B) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Sendo os valores das entradas do sistema medidos no instante "-1", é possível afirmar que:

$$(\delta u_{-1} + u_{-2}^B) = u_{-1}^B \quad (4.31)$$

Substituindo a equação 4.31 na equação 4.30 e cancelando os termos iguais, chega-se a:

$$T\left(\delta u_{[M]} + U_{[-2]}^B\right) = \begin{bmatrix} \delta u_0 \\ (\delta u_1 + u_0^B) - (\delta u_0 + u_{-1}^B) \\ (\delta u_2 + u_1^B) - (\delta u_1 + u_0^B) \\ \dots \\ (\delta u_M + u_{M-1}^B) - (\delta u_{M-1} + u_{M-2}^B) \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Assim determina-se a representação do segundo termo da equação 4.28 em função dos desvios a partir do instante de tempo "0". Rescrevendo a equação 4.28 na forma matricial obtém-se:

$$J = \min_{\delta U_{[0]}^M, s} \left(\left\| \Gamma_{[0]}^P \cdot (Y_{[0]}^P - R_{[0]}^P) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{[0]}^M \cdot \left(T \cdot \delta U_{[0]}^M + TB \cdot U_{[-1]}^B \right) \right\|^2 + \left\| \Psi_{[0]}^M \cdot \left(U_{[-1]}^B + \delta U_{[0]}^M - Z_{[0]}^M \right) \right\|^2 + \|\Phi \cdot s\|^2 \right) \quad (4.33)$$

onde TB é uma matriz composta de matrizes identidade, I_{nu} , de tamanho igual ao número de variáveis manipuladas, dada por:

$$TB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -I_{nu} & I_{nu} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -I_{nu} & I_{nu} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -I_{nu} & I_{nu} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -I_{nu} & I_{nu} \end{bmatrix}_{M_{mux} \times M_{nu}} \quad (4.34)$$

Substituindo o modelo obtido do sistema, obtém-se:

$$J = \min_{\delta U_{[0]^{P]}, s}^s} \left(\left\| \Gamma_{[0]^{P]} \cdot (Su \cdot \delta U_{[0]^{P]} + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]^{P]}^B - R_0^P) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{[0]^{M]} \cdot (T \cdot \delta U_{[0]^{M]} + TB \cdot U_{[-1]^{M]}^B) \right\|^2 + \left\| \Psi_{[0]^{M]} \cdot (U_{[-1]^{M]}^B + \delta U_{[0]^{M]} - Z_{[0]^{M]}) \right\|^2 + \|\Phi \cdot s\|^2 \right) \quad (4.35)$$

Embora as ações de controle sejam calculadas apenas para o horizonte de controle, quando se utiliza variáveis desvio em relação à trajetória anterior, mesmo que as ações de controle sejam constantes a partir de um ponto ($\Delta U=0$) as variáveis desvio apresentarão um valor não nulo, e por isso a matriz Su contém $P+1$ colunas. Para manter a uniformidade de dimensão do vetor “ δU ” em toda a função objetivo, ampliar-se-á este na expressão:

$$J = \min_{\delta U_{[0]^{P]}, s}^s} \left(\left\| \Gamma_{[0]^{P]} \cdot (Su \cdot \delta U_{[0]^{P]} + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]^{P]}^B - R_0^P) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{[0]^{P]} \cdot (T_{[0]^{P]} \cdot \delta U_{[0]^{P]} + TB_{[0]^{P]} \cdot U_{[-1]^{P]}^B) \right\|^2 + \left\| \Psi_{[0]^{P]} \cdot (U_{[-1]^{P]}^B + \delta U_{[0]^{P]} - Z_{[0]^{P]}) \right\|^2 + \|\Phi \cdot s\|^2 \right) \quad (4.36)$$

Embora a expressão 4.36 tenha o seu número de variáveis de otimização aumentado, o artifício utilizado para conservar o horizonte de controle menor que o de predição é estabelecer a restrição proposta na equação 4.20 modificada para os índices maiores que o horizonte de controle, isto é:

$$\Delta U_{[M+1]^{P]} = 0 \quad (4.37)$$

Esta não é a melhor solução para a implementação do algoritmo de controle, uma vez que o número de graus de liberdade é aumentado, ao mesmo tempo que a restrição torna o problema mais difícil de ser solucionado. A solução mais adequada para este problema será mostrada posteriormente quando for deduzida a utilização de ações de controle em bloco. No entanto, para tornar mais fácil o entendimento da formação da função objetivo e de suas restrições, neste ponto é utilizada esta forma.

Tem-se então, como graus de liberdade da função objetivo, o vetor de variáveis desvio “ δU ” e a tolerância das restrições suaves “ s ”. Para que o problema seja realmente resolvido na forma de programação quadrática é conveniente que se tenha todas as variáveis de otimização em um só vetor. As restrições propostas para este algoritmo, mostradas nas equações 4.19 a 4.23, também têm que ser transformadas na forma matricial expressa na equação 4.38, utilizada pela programação quadrática.

$$Cu \cdot \delta u \leq CC \quad (4.38)$$

Partindo-se da equação 4.19, substituindo-se o valor de U como função das variáveis desvio obtém-se:

$$U_{\min[0]^{P]} \leq U_{[-1]^{P]}^B + \delta U_{[0]^{P]} \leq U_{\max[0]^{P]} \quad (4.39)$$

que pode ser escrita como:

$$I_{Pnu} \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} - U \begin{bmatrix} B \\ P-1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$-I_{Pnu} \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq U \begin{bmatrix} B \\ P-1 \\ -1 \end{bmatrix} - U_{\min} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

onde I_{Pnu} é a matriz identidade com de ordem $(P + 1) \cdot nu$.

Para as restrições de máxima variação nas entradas expressa pela equação 4.20, transforma-se o valor de ΔU em função da variável desvio por:

$$-\Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq TB \cdot U \begin{bmatrix} B \\ P-1 \\ -1 \end{bmatrix} + T \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq \Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Isolando-se as restrições, chega-se a:

$$T \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq \Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} - TB \cdot U \begin{bmatrix} B \\ P-1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$-T \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq TB \cdot U \begin{bmatrix} B \\ P-1 \\ -1 \end{bmatrix} + \Delta U_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Para o caso das restrições nas variáveis de saída mostradas na equação 4.21, substitui-se o valor das saídas pelo resultado previsto pelo modelo, resultando:

$$Y_{\min} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq Su \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} + Sx \cdot \delta x_0 + Y \begin{bmatrix} B \\ P \\ 0 \end{bmatrix} \leq Y_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Separando as restrições e colocando-as na forma adequada, chega-se a:

$$Su \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq Y_{\max} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} - Sx \cdot \delta x_0 - Y \begin{bmatrix} B \\ P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$-Su \cdot \delta U \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \leq Sx \cdot \delta x_0 + Y \begin{bmatrix} B \\ P \\ 0 \end{bmatrix} - Y_{\min} \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

As restrições apresentadas anteriormente se relacionam apenas com o vetor de variáveis manipuladas do sistema. Para que se possa considerar as restrições suaves, é necessário reescrever a função objetivo, aglutinando o vetor de graus de liberdade, resultando em:

$$J = \min_{\left| \begin{array}{c} \delta U_{[0]}^P \\ s \end{array} \right|} \left(\begin{array}{l} \left\| \Gamma_{[0]}^P \cdot \left(\begin{array}{c} |Su \quad O| \cdot \left| \frac{\delta U_{[0]}^P}{s} \right| + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]}^B - R_0^P \end{array} \right) \right\|^2 + \\ \left\| \Lambda_{[0]}^P \cdot \left(\begin{array}{c} [T_{[0]}^P \quad O] \cdot \left| \frac{\delta U_{[0]}^P}{s} \right| + TB_{[0]}^P \cdot U_{[P-1]}^B \end{array} \right) \right\|^2 + \\ \left\| \Psi_{[0]}^P \quad O \right\| \cdot \left(\left\| \begin{array}{c} U_{[P-1]}^B \\ O \end{array} \right\| + \left\| \frac{\delta U_{[0]}^P}{s} \right\| - \left\| \begin{array}{c} Z_{[0]}^P \\ O \end{array} \right\| \right)^2 + \left\| \begin{array}{c} O \quad \Phi \end{array} \right\| \cdot \left\| \frac{\delta U_{[0]}^P}{s} \right\|^2 \end{array} \right) \quad (4.48)$$

onde, “O” são matrizes nulas de tamanho tal que tornem as operações internas coerentes.

Para simplificar a notação e ajudar no entendimento passa-se a representar a equação anterior da seguinte forma

$$J = \min_{\left| \begin{array}{c} V_{[0]}^P \\ \end{array} \right|} \left(\begin{array}{l} \left\| \Gamma_{[0]}^P \cdot \left(\overline{Su} \cdot V_{[0]}^P - E_{[0]}^P \right) \right\|^2 + \left\| \Lambda_{[0]}^P \cdot \left(\overline{T}_{[0]}^P \cdot V_{[0]}^P + TB_{[0]}^P \cdot U_{[P-1]}^B \right) \right\|^2 + \\ \left\| \overline{\Psi}_{[0]}^P \cdot \left(\overline{U}_{[P-1]}^B + V_{[0]}^P - \overline{Z}_{[0]}^P \right) \right\|^2 + \left\| \overline{\Phi} \cdot V_{[0]}^P \right\|^2 \end{array} \right) \quad (4.49)$$

onde, V é o novo vetor de otimização, as matrizes com a barra superior provém das originais modificadas e

$$E_{[0]}^P = R_{[0]}^P - Sx \cdot \delta x_0 - Y_{[0]}^B \quad (4.50)$$

Expandindo os termos quadráticos, é possível chegar à forma adequada para resolver o problema por programação quadrática de acordo com a representação:

$$J = \min_{\left| \begin{array}{c} V_{[0]}^P \\ \end{array} \right|} \left(\frac{1}{2} V_{[0]}^T H V_{[0]} - G^T V_{[0]} \right) \quad (4.51)$$

onde: $H = \overline{Su}_{[0]}^T \cdot \Gamma_{[0]}^T \cdot \Gamma_{[0]} \cdot \overline{Su}_{[0]} + \overline{T}_{[0]}^T \Lambda_{[0]}^T \Lambda_{[0]} \overline{T}_{[0]} + \overline{\Psi}_{[0]}^T \cdot \overline{\Psi}_{[0]} + \overline{\Phi}^T \cdot \overline{\Phi}$, e

$G = \overline{Su}_{[0]}^T \cdot \Gamma_{[0]}^T \cdot \Gamma_{[0]} \cdot E_{[0]}^P - \overline{T}_{[0]}^T \Lambda_{[0]}^T \Lambda_{[0]} \cdot TB_{[0]}^P \cdot U_{[P-1]}^B - \overline{\Psi}_{[0]}^T \cdot \overline{\Psi}_{[0]} \cdot U_{[P-1]}^B + \overline{\Psi}_{[0]}^T \cdot \overline{\Psi}_{[0]} \cdot \overline{Z}_{[0]}^B$.

As restrições do problema também são modificadas para se enquadrarem à nova forma da função objetivo. Das equações 4.40, 4.41, 4.43, 4.44, 4.46 e 4.47 obtém-se as equações 4.52, 4.53, 4.54, 4.55, 4.56 e 4.57 respectivamente

$$|I_{Pnu} \quad O| \cdot V_{[0]}^P \leq U_{\max}^B_{[0]} - U_{[P-1]}^B \quad (4.52)$$

$$-|I_{Pnu} \quad O| \cdot V_{[0]}^P \leq U_{[P-1]}^B - U_{\min}^B_{[0]} \quad (4.53)$$

$$|T \quad O| \cdot V_{[0]}^p \leq \Delta U_{\max}^{[p]} - TB \cdot U_{[-1]}^B \quad (4.54)$$

$$-|T \quad O| \cdot V_{[0]}^p \leq TB \cdot U_{[-1]}^B + \Delta U_{\max}^{[p]} \quad (4.55)$$

$$|Su \quad O| \cdot V_{[0]}^p \leq Y_{\max}^{[p]} - Sx \cdot \delta x_0 - Y_{[0]}^B \quad (4.56)$$

$$-|Su \quad O| \cdot V_{[0]}^p \leq Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]}^B - Y_{\min}^{[p]} \quad (4.57)$$

As restrições suaves, após substituir o valor da saída predita pelo modelo, são dadas por

$$Y_{S_{\min}}^{[p]} - s \leq Su \cdot \delta U_{[0]}^p + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]}^B \leq Y_{S_{\max}}^{[p]} + s \quad (4.58)$$

onde a variável “s” corresponde a uma tolerância que é minimizada na função objetivo e, portanto, torna a restrição do sistema maleável. Rescrevendo esta restrição chega-se a:

$$Y_{S_{\min}}^{[p]} - I_{soft} V_{[0]}^p \leq \overline{Su} \cdot V_{[0]}^p + Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]}^B \leq Y_{S_{\max}}^{[p]} + I_{soft} \cdot V_{[0]}^p \quad (4.59)$$

onde a matriz I_{soft} é dada por:

$$I_{soft} = \begin{vmatrix} O_{ny \times nu} & \dots & O_{ny \times nu} & I_{ny \times ny} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O_{ny \times nu} & \dots & O_{ny \times nu} & I_{ny \times ny} \end{vmatrix}_{(P+1)ny \times ((P+1)nu + ny)} \quad (4.60)$$

Separando as restrições para ficarem de uma forma mais adequada obtém-se:

$$-(\overline{Su} + I_{soft}) \cdot V_{[0]}^p \leq Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]}^B - Y_{S_{\min}}^{[p]} \quad (4.61)$$

$$(\overline{Su} - I_{soft}) \cdot V_{[0]}^p \leq Y_{S_{\max}}^{[p]} - Sx \cdot \delta x_0 - Y_{[0]}^B \quad (4.62)$$

Da equação 4.23, chega-se à restrição:

$$-|O \quad I_{(ny)}| \cdot V_{[0]}^p \leq 0 \quad (4.63)$$

Finalmente, coloca-se as restrições na forma da equação 4.38:

$$Cu = \begin{bmatrix} [I_{Pnu} & O] \\ -[I_{Pnu} & O] \\ [T & O] \\ -[T & O] \\ [Su & O] \\ -[Su & O] \\ [Su & O] - I_{soft} \\ -[Su & O] - I_{soft} \\ -[O & I_{(ny)}] \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

$$CC = \begin{bmatrix} U_{máx}^B_{[0]^P} - U_{[P-1]}^B \\ U_{[P-1]}^B - U_{\min}^B_{[0]^P} \\ \Delta U_{máx}^B_{[0]^P} - TB \cdot U_{[P-1]}^B \\ \Delta U_{máx}^B_{[0]^P} + TB \cdot U_{[P-1]}^B \\ Y_{máx}^B_{[0]^P} - Sx \cdot \delta x_0 - Y_{[0]^P}^B \\ Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]^P}^B - Y_{\min}^B_{[0]^P} \\ Y_{S_{máx}}^B_{[0]^P} - Sx \cdot \delta x_0 - Y_{[0]^P}^B \\ Sx \cdot \delta x_0 + Y_{[0]^P}^B - Y_{S_{\min}}^B_{[0]^P} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

4.6 Ações de Controle em Bloco

Um dos recursos disponíveis em muitos controladores comerciais e que diminui a carga computacional na determinação das ações de controle é o uso do que a literatura chama de *blocking*. O *blocking* é um método de calcular as ações de controle de forma a mantê-las constantes em dados intervalos de amostragem. Isto pode ser feito porque processos da indústria química costumam ter uma resposta lenta, não sendo necessária a mudança nas variáveis manipuladas a cada intervalo de amostragem. Desta forma, as ações de controle são calculadas como “blocos de ações” obrigando alguns “ ΔU ” a serem nulos no conjunto de ações de controle projetadas.

Para fins de implementação, a consideração matemática necessária é a de que alguns dos valores de desvios das variáveis manipuladas não sejam graus de liberdade, mas sim, variáveis dependentes de outros valores de desvio, como pode se visto na figura 4.4.

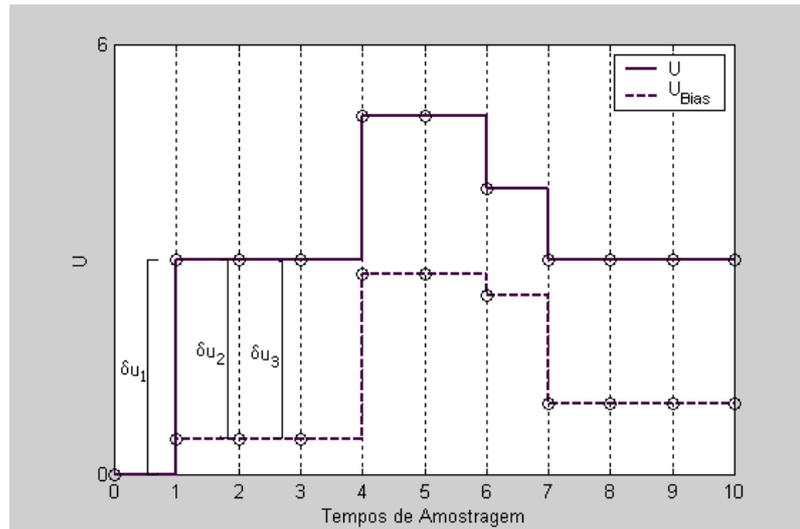


Figura 4.4: Ações de controle tomadas em bloco

Na figura 4.4 as ações de controle dos tempos de amostragem “2” e “3” são dependentes da ação de controle tomada no tempo de amostragem “1”. Isto significa que os desvios “ δu_2 ” e “ δu_3 ” não podem ser utilizados como graus de liberdade na minimização, mas sim deverão ser estipulados como uma função de “ δu_1 ”. Isto caracteriza a formação de ações de controle em bloco, onde um conjunto de ações seqüenciais tem os valores dos desvios repetidos. No caso representado na figura 4.4, tem-se vários conjuntos de blocos, como por exemplo o bloco formado pelas ações 1, 2 e 3, outro formado pelas ações 4 e 5 e o último formado pelas ações 7, 8, 9 e 10.

Para mostrar como é desenvolvida a otimização para estes casos onde o *blocking* é utilizado, toma-se como base o modelo descrito na equação 4.12. Para fins de simplificação da representação, os fatores dependentes dos estados e de “ Y^B ” serão acumulados em uma variável “Trace”, isto é:

$$Y_{[P]} = Su \cdot \delta U_{[P]} + Trace \quad (4.66)$$

A matriz Su , conforme foi mostrado na equação 4.11, é composta de matrizes que relacionam as entradas e as saídas do sistema para cada instante de tempo, e pode ser representada por:

$$Su = \begin{vmatrix} |S_{0,0}|_{ny,nu} & 0 & \dots & 0 \\ |S_{1,0}|_{ny,nu} & |S_{1,1}|_{ny,nu} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ |S_{P,0}|_{ny,nu} & |S_{P,1}|_{ny,nu} & \dots & |S_{P,P}|_{ny,nu} \end{vmatrix}_{(P+1)ny \times (P+1)ny} \quad (4.67)$$

Para facilitar o entendimento da manipulação matemática utilizada, representa-se a matriz Su da seguinte forma:

$$Su = |S_0 \quad S_1 \quad \dots \quad S_p| \quad (4.68)$$

onde S_j representa toda a coluna de matrizes $S_{i,j}$, mostradas na equação 4.67.

Considerando um bloco qualquer formado por “ $r+1$ ” tempos de amostragem, começando a partir do tempo “ k ” e terminando no tempo “ $k+r$ ”, a representação do modelo de forma parcial para esta situação é:

$$Y_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} = \left| \dots \quad S_k \quad S_{k+1} \quad \dots \quad S_{k+r} \quad \dots \right| \cdot \begin{vmatrix} \delta u_k \\ \delta u_{k+1} \\ \dots \\ \delta u_{k+r} \\ \dots \end{vmatrix} + Trace \quad (4.69)$$

Para eliminar os r graus de liberdade do sistema, representa-se todos desvios de “ u ” do intervalo em questão como função de um mesmo desvio, que neste caso é o primeiro desvio do intervalo. Observando a figura 4.4, chega-se a seguinte expressão dos desvios

$$\begin{vmatrix} \delta u_k \\ \delta u_{k+1} \\ \dots \\ \delta u_{k+r} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta u_k \\ \delta u_k + (u_{k-1}^B - u_k^B) \\ \dots \\ \delta u_k + (u_{k-1}^B - u_k^B) \end{vmatrix} \quad (4.70)$$

Assim, é possível transformar a representação em:

$$Y_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} = \left| \dots \quad S_k \quad S_{k+1} \quad \dots \quad S_{k+r} \quad \dots \right| \cdot \left(\begin{vmatrix} \dots \\ \delta u_k \\ \delta u_k \\ \dots \\ \delta u_k \\ \dots \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (u_{k-1}^B - u_k^B) \\ \dots \\ (u_{k-1}^B - u_k^B) \\ 0 \end{vmatrix} \right) + Trace \quad (4.71)$$

Finalmente, aglutina-se as colunas da matriz Su referentes ao bloco e chega-se a expressão:

$$Y_{\begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}} = \left| \dots \quad \sum_{j=0}^r S_{k+j} \quad \dots \right| \cdot \begin{vmatrix} \dots \\ \delta u_k \\ \dots \end{vmatrix} + \sum_{j=1}^r S_{k+j} \cdot (u_{k-1}^B - u_k^B) + Trace \quad (4.72)$$

O mesmo é realizado para cada bloco do controlador, incluindo o bloco referente aos tempos de amostragem que se situam entre o horizonte de controle e o horizonte de predição, pois, como foi mencionado no item anterior, utilizava-se como variáveis de otimização todo o conjunto de ações de controle compreendidas dentro do horizonte de predição, estipulando uma variação igual a zero para as ações que excedessem o horizonte de controle. A utilização do *blocking* elimina estas restrições e torna a carga computacional menor já que reduz o número de graus de liberdade para a resolução do problema.

4.7 Escalonamento das variáveis de Entrada e Saída

Embora algebricamente consistente, o algoritmo de controle quando trabalha de forma iterativa pode enfrentar um problema numérico devido a ordens de grandeza muito diferentes das variáveis de entrada e saída do sistema.

A alternativa proposta para este algoritmo de controle foi a utilização de um escalonamento das variáveis, que consiste em trabalhar com variáveis “modificadas” em suas ordens de grandeza.

Para exemplificar o uso do escalonamento do sistema considere a seguinte função de transferência $G(s)$:

$$\Delta y(s) = G(s) \cdot \Delta u(s) \quad (4.73)$$

Escalonar idealmente o sistema [Trierweiler 1997], [Trierweiler et al 2001](em anexo)[Farina 2000] consiste em determinar matrizes L e R que transformam a magnitude das variáveis de entrada e saída de tal forma que o condicionamento do sistema $G^s(s)$ seja o menor possível.

$$G^s(s) = L \cdot G(s) \cdot R \quad (4.74)$$

Determina-se então o sistema escalonado e suas variáveis por:

$$\Delta y^s(s) = G^s(s) \cdot \Delta u^s(s) \quad (4.75)$$

Combinando as equações 4.74 e 4.75 obtém-se:

$$\Delta y^s(s) = L \cdot G(s) \cdot R \cdot \Delta u^s(s) \quad (4.76)$$

Comparando as equações 4.73 e 4.76 é possível determinar a relação entre as variáveis reais e escalonadas do sistema, dadas por:

$$\Delta y^s(s) = L \cdot \Delta y(s) \quad (4.77)$$

$$\Delta u^s(s) = R^{-1} \cdot \Delta u(s) \quad (4.78)$$

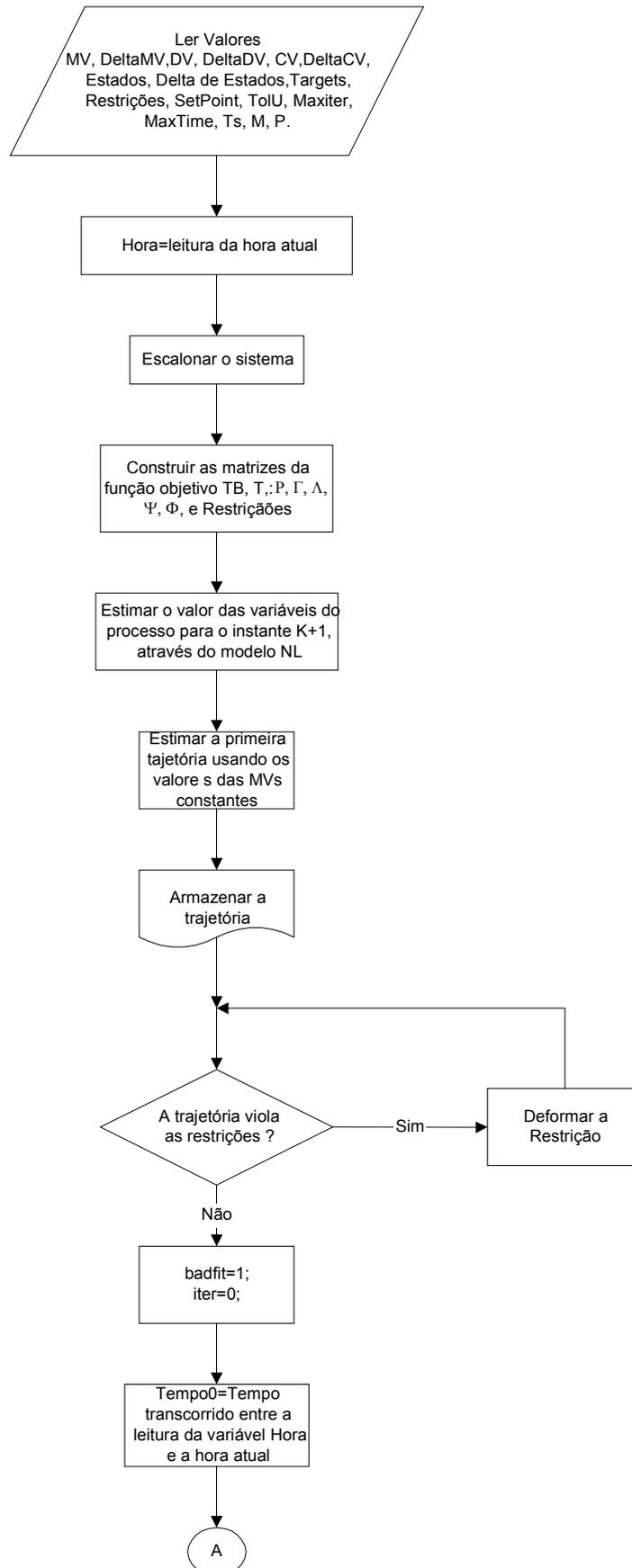
As matrizes L e R são obtidas por um problema de otimização do condicionamento da matriz $G^s(s)$, de acordo com a literatura [Trierweiler 1997] [Trierweiler et al 2001][Farina 2000]. No algoritmo LLT estas matrizes são determinadas previamente no momento do ajuste dos parâmetros, e são mantidas constantes durante a operação do controlador.

4.8 Conclusões

A proposta deste capítulo é descrever um novo algoritmo de controle preditivo, multivariável e não linear, denominado LLT (*Local Linearization on the Trajectory*), e consiste de um método de projetar iterativamente as ações de controle.

A inicialização do algoritmo é feita utilizando-se uma estimativa do estado inicial, que permite prever as saídas do sistema para um tempo de amostragem posterior ao da medida. Isto garante que a ação de controle seja calculada com base nos valores mais próximos dos que a planta atingirá quando a ação de controle for efetivamente aplicada. A parte iterativa do algoritmo consiste em: determinar modelos lineares ao longo de uma trajetória de predição, determinar o conjunto de ações de controle pela otimização utilizando o mesmo conjunto de modelos; e determinar a nova trajetória de predição com base nas últimas ações de controle determinadas. Utiliza-se, como primeira estimativa da trajetória, a predição feita por um modelo linearizado no ponto inicial.

As ações de controle são determinadas pela minimização da função objetivo dada pela equação 4.51, sujeita às restrições das equações 4.64 e 4.65. O algoritmo ainda tem a capacidade de trabalhar com distúrbios medidos e não medidos, além de permitir a utilização do *Blocking*. O algoritmo LLT está representado nas figuras 4.5 e 4.6 que mostram os fluxogramas de inicialização das iterações e das iterações propriamente ditas respectivamente.

**Figura 4.5:** Algoritmo LLT (Inicialização)

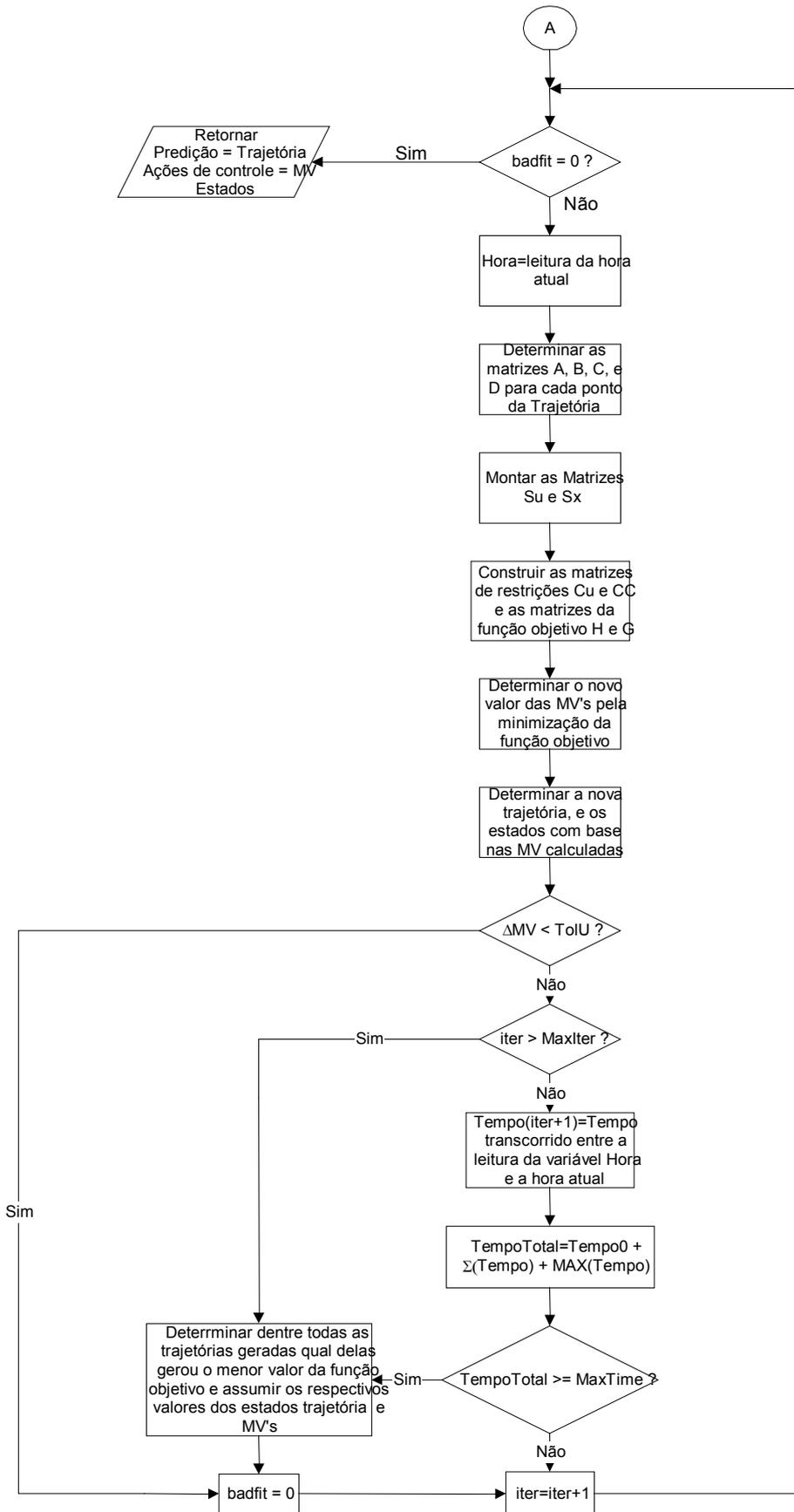


Figura 4.6: Algoritmo LLT (parte iterativa)

4.9 Referências Bibliográficas

[Farina 2000] FARINA, L. A.; "*RPN-Toolbox: uma ferramenta para o desenvolvimento de estruturas de controle*"; M. Sc. Thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul; 2000.

[Trierweiler 1997] TRIERWEILER, J.O.; "A Systematic Approach to Control Structure Design"; Ph.D. Thesis, University of Dortmund; 1997.

[Trierweiler e Secchi 2000] TRIERWEILER, J. O., SECCHI, A. R.; "*Exploring the Potentiality of Using Multiple Model Approach in Nonlinear Model Predictive Control*"; Nonlinear Model Predictive Control; Allgöwer, F., Zheng, A.; Birkhöwser; pp 191; 2000.

[Trierweiler et al 2001] TRIERWEILER, J. O., FARINA, L. A., DURAIKI, R. G.; "*RPN Tuning Strategy for Model Predictive Control*"; Preprints of DYCOPS-Dynamic Control Process Symposium, June 4-6, 2001, Jejudo Island, Korea pp 289; 2001.

Capítulo 5

Estudo de Casos e Resultados

Para avaliar a qualidade do algoritmo LLT foi necessário desenvolver modelos que descrevessem o comportamento dos processos que motivaram o seu desenvolvimento. Por outro lado, a utilização de um modelo multivariável real, que descrevesse todos os problemas aos quais o algoritmo se propõe a resolver, poderia mascarar defeitos de sua implementação, de forma a tornar mais difícil saber se os problemas eventualmente relatados durante os testes seriam decorrentes da implementação errônea do algoritmo ou do próprio modelo.

Assim sendo, desenvolveu-se um modelo simples capaz de descrever problemas complexos existentes na indústria – o “Tanque de Troca Térmica”. Juntamente com este, também será analisado o desempenho do controlador com o modelo do reator de Van de Vusse, já descrito no capítulo 3.

5.1 O modelo do Tanque de Troca Térmica

O Tanque de Troca Térmica representado na figura 5.1 consiste de um tanque adiabático contendo três câmaras, cujas divisões não permitem a troca de massa entre as mesmas, mas somente a troca de calor.

As três câmaras são posicionadas em linha de forma que apenas a câmara central possui contato direto e, portanto, troca calor com as outras duas, isto é, com as câmaras quente (h) e fria (c). As três câmaras possuem volumes constantes V_c , V , V_h e alimentações distintas F_{ci} , F_i , F_{hi} , de água a diferentes temperaturas, T_{ci} , T_i , T_{hi} , respectivamente. As duas divisões existentes no tanque possuem coeficientes globais de troca térmica U_c , U_h , respectivos as divisões $V_c|V$ e $V_h|V$. A troca térmica existente faz com que as temperaturas de cada câmara variem de forma que nas vazões de saída obtenha-se as temperaturas T_c , T , T_h . As entradas do sistema são as vazões de alimentação F_{ci} , F_i e F_{hi} , as respectivas temperaturas T_{ci} , T_i e T_{hi} . As variáveis de saída são as temperaturas das câmaras T_c , T , T_h .

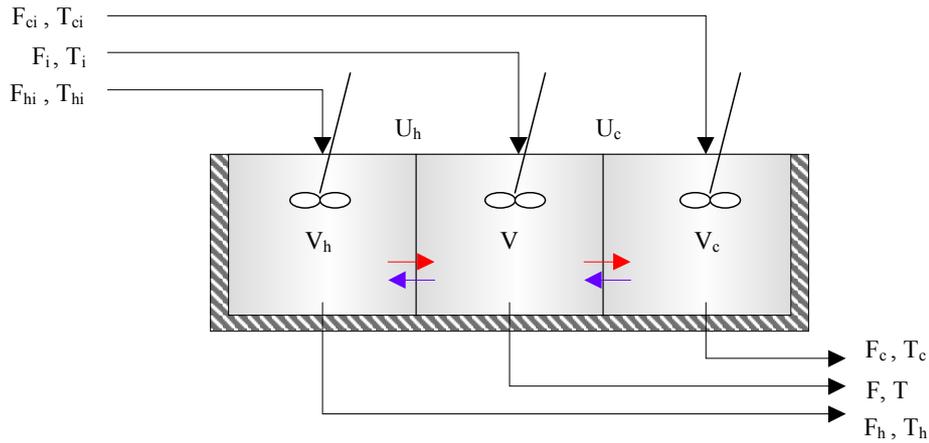


Figura 5.1: Desenho esquemático do Tanque de Troca Térmica.

A modelagem desenvolvida para representar este sistema é composto pelas seguintes equações diferenciais.

$$\frac{dT_h}{dt} = \frac{F_{hi} \cdot (T_{hi} - T_h)}{V_h} - \frac{U_h \cdot A_h}{V_h \cdot Cp_h \cdot \rho_h} (T_h - T) \quad (5.1)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{F_{ci} \cdot (T_{ci} - T_c)}{V_c} - \frac{U_c \cdot A_c}{V_c \cdot Cp_c \cdot \rho_c} (T_c - T) \quad (5.2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i \cdot (T_i - T)}{V} + \frac{U_h \cdot A_h}{V \cdot Cp \cdot \rho} (T_h - T) + \frac{U_c \cdot A_c}{V \cdot Cp \cdot \rho} (T_c - T) \quad (5.3)$$

onde A_h e A_c são as áreas de troca térmica;

Cp_h , Cp_c e Cp são os calores específicos do fluido em cada uma das câmaras;

ρ_h , ρ_c e ρ são as massas específicas dos fluidos em cada uma das câmaras.

O comportamento descrito por este processo pode auxiliar em diferentes tipos de testes como são descritos a seguir, dada a grande gama de possibilidades de se combinar as variáveis de entrada e saída. Um exemplo disto é a típica relação existente entre a vazão F_{hi} e a temperatura T do sistema, como é mostrado na figura 5.2. Nesta simulação utilizou-se os dados contidos na tabela 5.1.

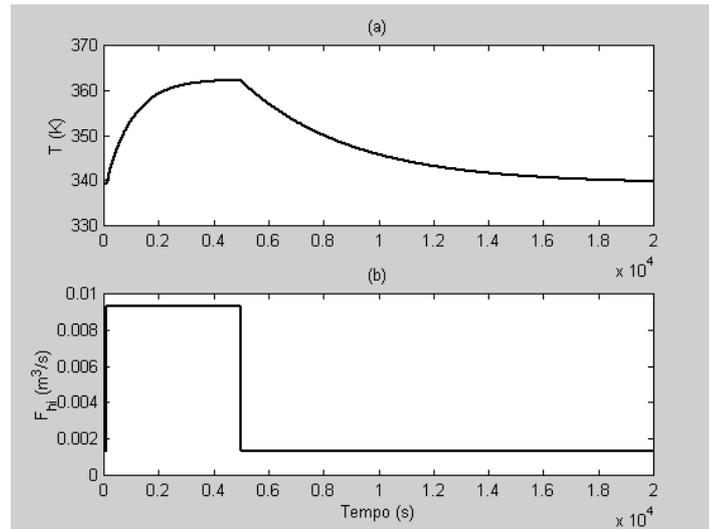


Figura 5.2: Perturbação realizada no Tanque de Troca Térmica na vazão de alimentação de água quente e a respectiva resposta na temperatura da câmara central.

Tabela 5.1: Valores das variáveis e parâmetros utilizados no modelo do Tanque de Troca Térmica.

Variável	Valor	Unidade
ρ	1000	kg/m ³
C_p	4180	J/kg/K
V	3	m ³
ρ_c	1000	kg/m ³
C_{p_c}	4180	J/kg/K
V_c	3	m ³
ρ_h	1000	kg/m ³
C_{p_h}	4180	J/kg/K
V_h	3	m ³
$U_h \cdot A_h$	300.000	J/K/s
$U_c \cdot A_c$	100.000	J/K/s
F_{hi}	0,0013*	m ³ /s
F_{ci}	0	m ³ /s
F_i	0.001	m ³ /s
T_{hi}	370	K
T_{ci}	280	K
T_i	300	K
T_h	339.80*	K
T_c	339.25*	K
T	339.25*	K

* Valores típicos para um dado estacionário

Como mostrado na figura 5.2, observa-se que, para uma variação positiva na variável manipulada, tem-se uma subida rápida na resposta do sistema, mas, por outro lado, quando é feita uma variação negativa, a resposta é muito lenta. Isto ocorre porque a variação da temperatura na câmara central se deve a três fatores: o fluxo de massa que passa por dentro da câmara central, a troca térmica referente à divisão $V_c|V$ e a troca térmica relacionada à divisão $V_h|V$. No caso simulado na figura 5.2, a vazão de alimentação da câmara fria foi

mantido constante e igual a zero, de forma que apenas os efeitos da entrada de calor que provêm da câmara quente e o calor que é retirado pelo fluxo de massa da câmara central são importantes. Para este caso específico, onde a vazão da câmara central foi mantida em um valor reduzido e o coeficiente global de troca térmica em um valor alto, observa-se que rapidamente o calor pode fluir da câmara quente para a central, mas a retirada deste fica extremamente prejudicada, já que, a única forma de fazê-la é pelo fluxo de água através da câmara central.

Embora este exemplo seja bastante simples e não represente um processo industrial, sua dinâmica diferenciada para duas direções opostas de perturbação pode ser verificada em muitos processos industriais. Um exemplo prático deste é o caso de reatores de polimerização com catalizador Zigler-Natta. Nestes casos a injeção de hidrogênio pode ser rapidamente realizada mas a sua remoção só é possível pelo seu consumo na reação. Isto significa que a concentração de hidrogênio dentro do reator pode ser facilmente elevada aumentando-se a sua vazão, mas a redução da mesma não implicará numa redução da concentração com o mesmo tempo de resposta.

Uma outra característica importante deste tipo de sistema é a grande não linearidade no ganho que, embora não inverta o seu sinal modifica-se consideravelmente, como pode ser visto na figura 5.3.

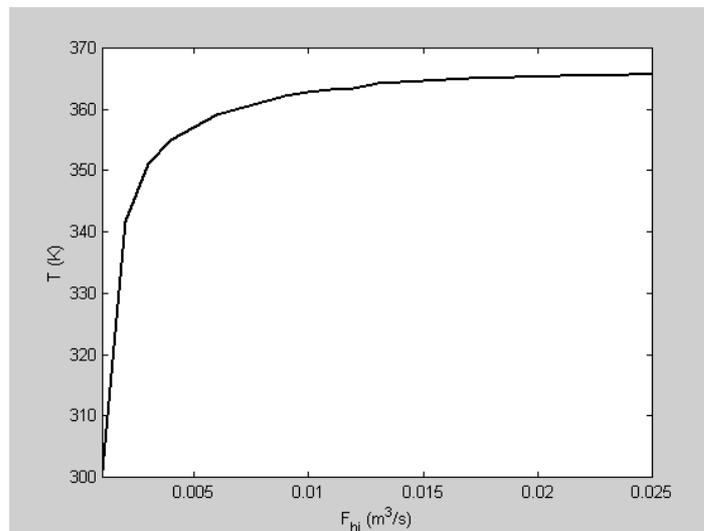


Figura 5.3: Diagrama estacionário para o Tanque de Troca Térmica relacionando vazão e temperatura utilizando os dados da tabela 5.1

Este sistema permite também uma grande variabilidade de configurações de controle, haja visto que se pode considerar todas as seis entradas e as três temperaturas de saída para variáveis manipuladas e controladas, respectivamente. Isto tornou possível testar o alvo nas variáveis manipuladas, e a própria utilização na forma multivariável do controlador.

Para testar o controlador operando na forma multivariável reorganizou-se a estrutura do sistema considerando as temperaturas das câmaras quente e fria como variáveis controladas do sistema, enquanto que as vazões das mesmas câmaras foram utilizadas como variáveis manipuladas. O teste do alvo foi feito considerando-se as vazões de alimentação das

câmaras quente e frias como variáveis manipuladas, enquanto que o objetivo era controlar, da forma mais eficiente possível, a temperatura da câmara central.

Por fim, a vantagem mais importante deste sistema é a sua versatilidade quanto aos parâmetros de ajuste. Em sistemas reais a falta de um ajuste correto dos parâmetros do sistema pode fazer com que o controlador possa até mesmo instabilizar o sistema. Neste caso, o sistema não possui resposta inversa, *overshoot*, tempo morto, oscilação, ou qualquer outro fator que limite o seu desempenho. Além disso, a ordem de grandeza das variáveis e de suas variações são bastante similares, o que evita o uso do escalonamento do sistema, ou a utilização de pesos diferenciados para os elementos da função objetivo. Assim, este exemplo serve para avaliar o desempenho do algoritmo frente aos efeitos puros da não linearidade do modelo, sem a influência dos parâmetros de ajuste do controlador, uma vez que é menos sensível a estes.

5.1.1 Aplicação do Algoritmo LLT

Para exemplificar o desempenho do controlador com o modelo anteriormente citado utilizou-se os parâmetros de ajuste mostrados na tabela 5.2. Para a escolha destes parâmetros utilizou-se o horizonte de controle coincidissem com o menor tempo de subida do sistema, o horizonte de predição equivalente ao tempo de assentamento e pesos unitários de Γ e Λ uma vez que as variáveis de entrada e saída possuem mesma ordem de grandeza e amplitude de variação.

Tabela 5.2: Parâmetros de ajuste utilizados no controlador LLT para o Tanque de Troca Térmica.

Parâmetro	Valor
Horizonte de predição (P)	50
Horizonte de controle (M)	30
Peso das variáveis de saída (Γ)	1
Pesos das variáveis manipuladas (Λ)	1
Tempo de amostragem (T_s)	30 s

Nas figuras 5.4 e 5.5 estão mostrados os resultados de uma mudança de *setpoint* na temperatura da câmara central do Tanque de Troca Térmica utilizando a vazão de alimentação da câmara quente como variável manipulada. Propositalmente colocou-se as restrições da variável manipulada próximas, limitando a ação de controle a fim de exemplificar o trabalho do controlador com restrições.

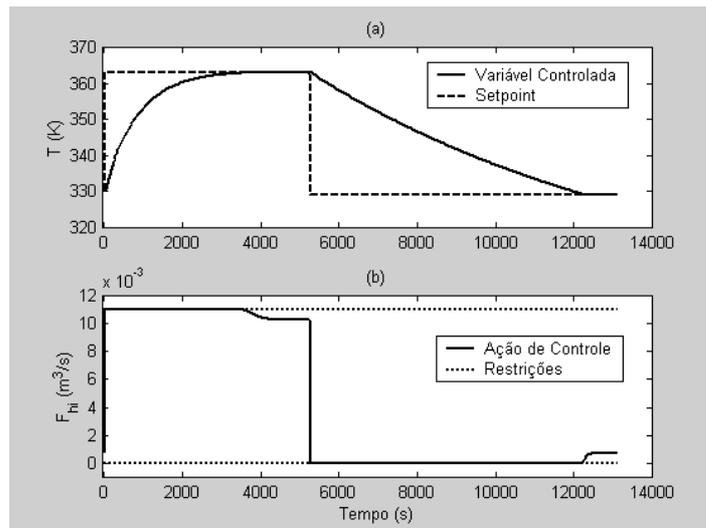


Figura 5.4: Controlador LLT atuando na mudança de *setpoint* do Tanque de Troca Térmica (*setpoint*=363K). No gráfico (a) está mostrado a resposta na variável de saída e no gráfico (b) as respectivas ações de controle

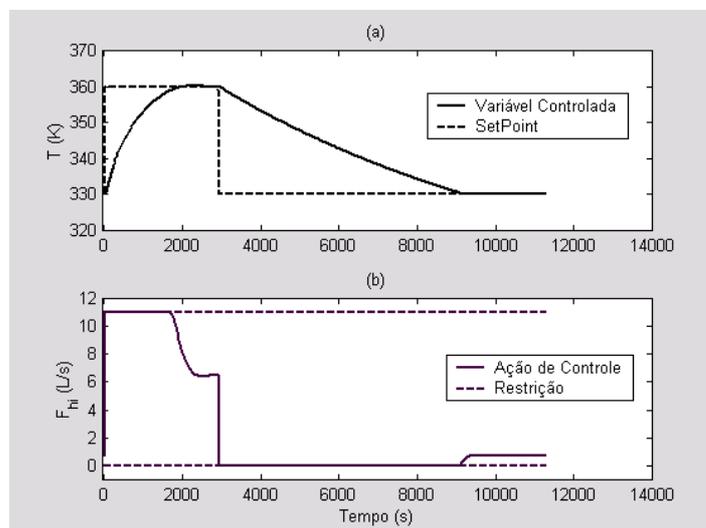


Figura 5.5: Melhora no desempenho do controlador pelo afastamento do *setpoint* da restrição (*setpoint*=360K). No gráfico (a) está mostrado a resposta na variável de saída e no gráfico (b) as respectivas ações de controle

Nota-se na simulação realizada que a dinâmica característica do sistema permanece diferenciada nas duas situações de mudança de *setpoint*, no entanto, o controlador tem a capacidade de acompanhar o comportamento do sistema nos dois casos. Nota-se, também, na figura 5.5 que à medida que o *setpoint* situa-se numa região onde o valor correspondente ao estacionário da variável manipulada está mais longe das restrições, o desempenho do controlador é melhorado. Esta constatação pode ser melhor exemplificada na figura 5.6 onde as restrições foram completamente removidas. Mesmo sem restrições observa-se que as ações de controle não são bruscas e apresentam uma variação suavizada conseqüente da utilização da supressão de movimentos, que é a ponderação das variações nas ações controle em relação ao erro na variável de saída. Na figura 5.7 é mostrado o resultado de uma segunda simulação da mesma mudança de *setpoint* realizada na figura 5.6, utilizando o parâmetro em questão reduzido pela metade.

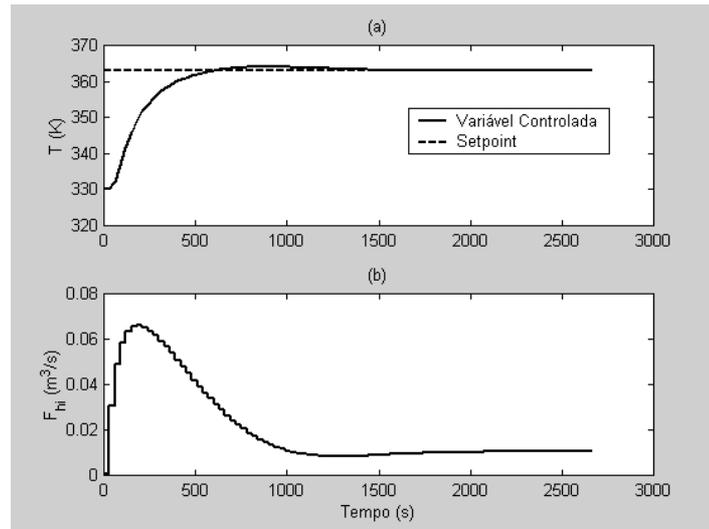


Figura 5.6: Simulação da resposta do sistema (a) e as respectivas ações de controle (b) à mudança de *setpoint* na temperatura da câmara central do Tanque de Troca Térmica, sem restrições na variável manipulada.

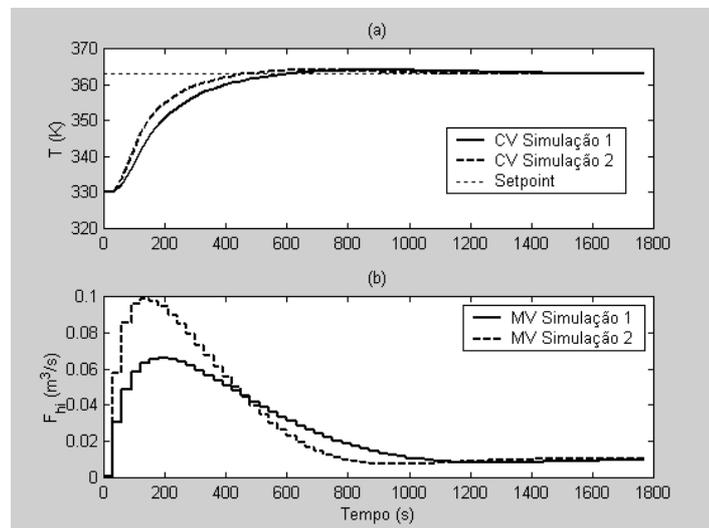


Figura 5.7: Comparação entre duas simulações da resposta do sistema (a) e as respectivas ações de controle (b) à primeira mudança de *setpoint* na temperatura da câmara central do Tanque de Troca Térmica, sem restrições na variável manipulada. Simulação 2 com o peso na supressão de movimentos reduzido pela metade.

Na figura 5.8 está representada a simulação da mudança de *setpoint* na temperatura da câmara central utilizando como variável manipulada a vazão de alimentação da câmara fria. A vazão de água quente recebeu um alvo no valor de $0,003 \text{ m}^3/\text{s}$. Nota-se que para reduzir a temperatura na câmara central aumenta-se a vazão fria, mas para fazer com que esta temperatura se reduza mais rapidamente a vazão quente é cortada momentaneamente pelo controlador e posteriormente restabelecida, para o valor requerido de $0,003 \text{ m}^3/\text{s}$.

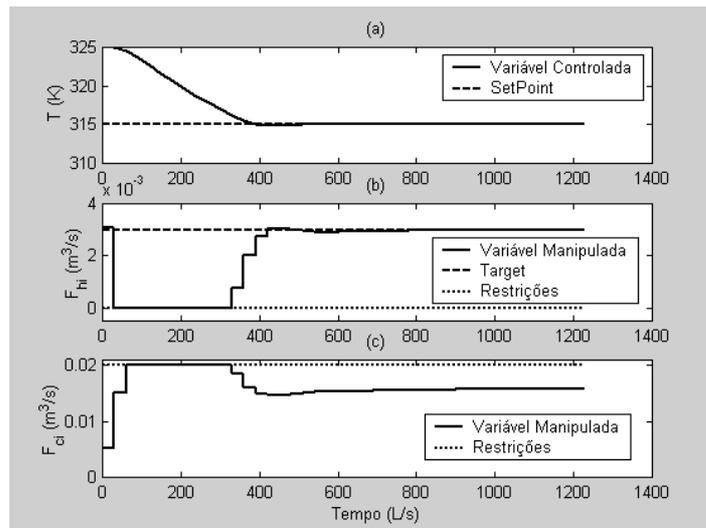


Figura 5.8: Simulação do Tanque de Troca Térmica utilizando o alvo na variável manipulada.

5.2 O modelo de Van de Vusse

O modelo anterior serviu para que fosse possível validar o algoritmo de controle sem a interferência acentuada das características da modelagem. No entanto, é importante estudar o comportamento do algoritmo desenvolvido mediante situações mais complexas onde os parâmetros de ajuste passam a ser preponderantes.

O modelo de Van de Vusse, detalhado no capítulo 3, apresenta um inversão no sinal do ganho e do zero do sistema o que o torna difícil de ser controlado por controladores lineares, sejam eles convencionais ou preditivos. O controlador LLT, dada a sua capacidade de, ao longo da trajetória, prever a inversão de ganho, se mostrou bastante eficaz no controle deste sistema e seus resultados podem ser vistos nas figuras 5.9, 5.10 e 5.11. O ajuste aplicado aos parâmetros foi determinado de acordo com a metodologia RPN [Trierweiler et al 2001] e os parâmetros assim obtidos podem ser vistos nas tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Parâmetros de ajuste utilizados no controlador LLT para o Reator de Van de Vusse.

Parâmetro	Valor
Horizonte de predição (P)	16
Horizonte de controle (M)	4
Peso das variáveis de saída (Γ)	0,71
Pesos das variáveis manipuladas (Λ)	$8,3 \times 10^{-6}$
Tempo de amostragem (T_s)	0,005 h

Tabela 5.4: Matrizes de escalonamento para o reator de Van de Vusse.

Matriz	Valores
L	1,94
R	0,00069

A figura 5.9 mostra uma mudança de *Setpoint*, realizada no reator de Van de Vusse, levando a concentração de B de 0,9 M para 1,12 M. Como a máxima concentração que pode ser atingida no estacionário é 1,11 M observa-se que o sistema se mantém na máxima concentração possível, que equivale ao menor erro em relação ao *setpoint*. Se estes resultados forem comparados com os obtidos do capítulo 3, observa-se que os controladores lineares não têm a capacidade de manter este sistema no *setpoint* requerido, de maneira estável.

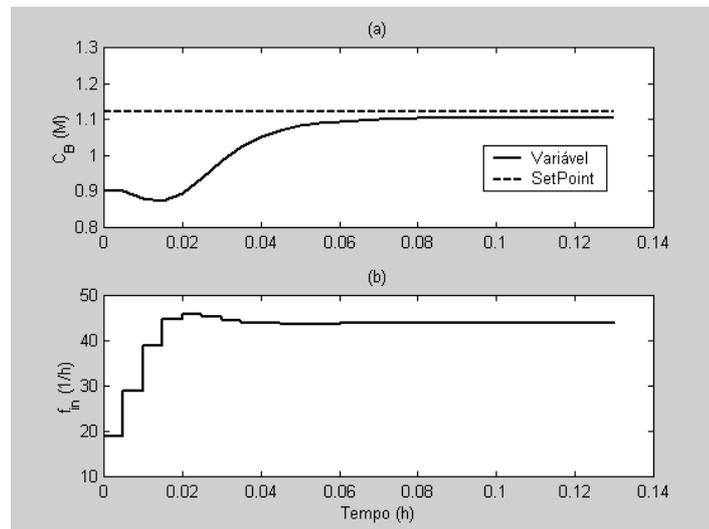


Figura 5.9: Simulação da atuação do controlador LLL na mudança de *setpoint* no reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle tomadas (b).

Um segundo fator importante mostrado na figura 5.9 é o conjunto de ações de controle projetadas para este sistema. Observa-se que as ações de controle são realizadas de forma crescente e atenuada, o que minimiza o efeito da resposta inversa do sistema.

Com a inversão do sinal do ganho, este sistema passa a ter multiplicidade de estados estacionários, pois para um mesmo valor de C_B obtém-se duas possíveis vazões que levam ao mesmo ponto de operação no estado estacionário. De maneira geral, observa-se que o controlador leva o sistema ao *setpoint* utilizando o valor de vazão estacionário que possua uma dinâmica similar a do ponto de partida. Em outras palavras, pode-se dizer que se o sistema partir de um ponto que tenha resposta inversa e ganho positivo, o ponto final de operação terá estas mesmas características. Isto ocorre porque a aproximação inicial do processo iterativo do controlador é linear e o conjunto de modelos linearizados ao longo da trajetória parte desta estimativa inicial, modificando-se até encontrar o conjunto de modelos, mais semelhantes a esta primeira aproximação, que melhor descrevam a transição entre os pontos de operação. No entanto, quando o sistema está operando no seu ponto de máximo, uma mudança de *Setpoint* pode levá-lo, tanto para uma região de ganho positivo quanto negativo. Este comportamento está retratado na figura 5.10 onde após o sistema atingir o ponto de máximo realizou-se uma redução no *setpoint* para um valor de C_B igual a 0,9. Neste caso observa-se que a vazão atingida pelo sistema corresponde ao ponto de operação onde o ganho tem sinal negativo.

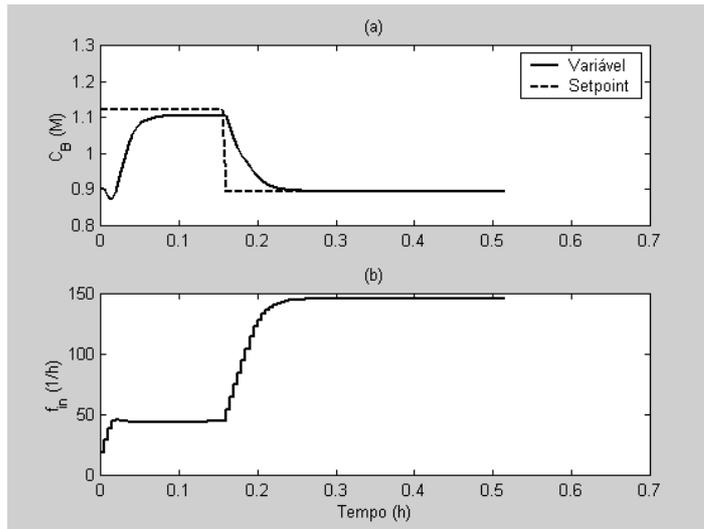


Figura 5.10: Simulação da atuação do controlador LLT na mudança de *setpoint* no reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle (b) para aumentar o *setpoint* para 1,12 M e reduzi-lo posteriormente para 0,9 M.

Para garantir que o sistema venha a operar no ponto de operação desejado, é possível utilizar um outro atributo do alvo. Além de fazer com que uma dada variável manipulada se mantenha em um dado patamar e só seja utilizada como variável auxiliar em mudanças de pontos de operação, é possível utilizá-la, neste caso, para garantir qual dos múltiplos estados estacionários se deseja atingir. Na figura 5.11 está mostrado o resultado da simulação completa desde a primeira mudança de *setpoint*, que levou o sistema ao ponto de máximo, seguida da segunda mudança, que o conduziu ao ponto de ganho negativo, e finalmente acompanhado do estabelecimento do alvo, que o trouxe de volta ao ponto de operação inicial. Para que fosse possível trazer o sistema ao ponto de operação original, inicialmente estabeleceu-se o alvo da vazão no valor de 10 h^{-1} e, posteriormente, quando o sistema já havia retornado à região onde o ganho é positivo, removeu-se o alvo da variável manipulada, permitindo que esta levasse o sistema ao ponto de operação correto.

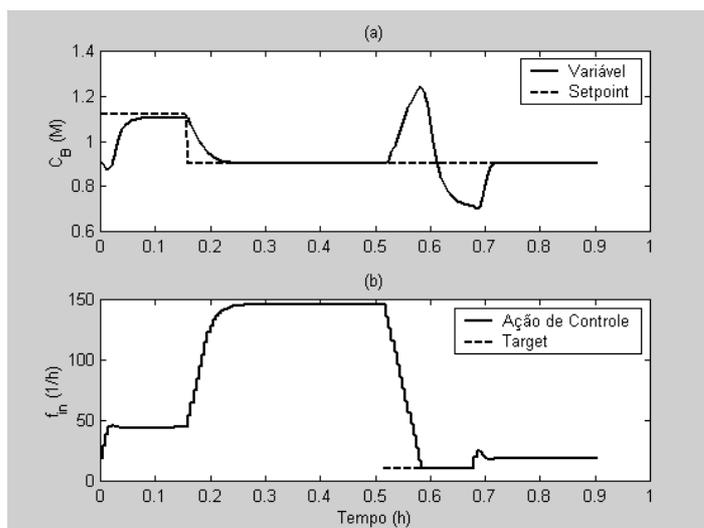


Figura 5.11: Simulação da utilização do alvo na escolha do ponto de operação do reator de Van de Vusse. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle (b)

Para tornar a simulação mais condizente com a aplicação do controlador na prática utilizou-se um parâmetro diferente nos modelos de simulação e de controle. Desta forma, o modelo utilizado pelo controlador para o cálculo da ação de controle usou os mesmos parâmetros mencionados no capítulo 3, mas o modelo utilizado para simular o comportamento do processo possuía a constante cinética $k_2 = 55.6485 \text{ s}^{-1}$, o que equivale a um acréscimo de aproximadamente 10% no seu valor original (50.6146 s^{-1}). A figura 5.12 mostra a comparação entre os diagramas estacionários do modelo original, utilizado pelo controlador, e o modelo modificado, que simula o comportamento do processo real.

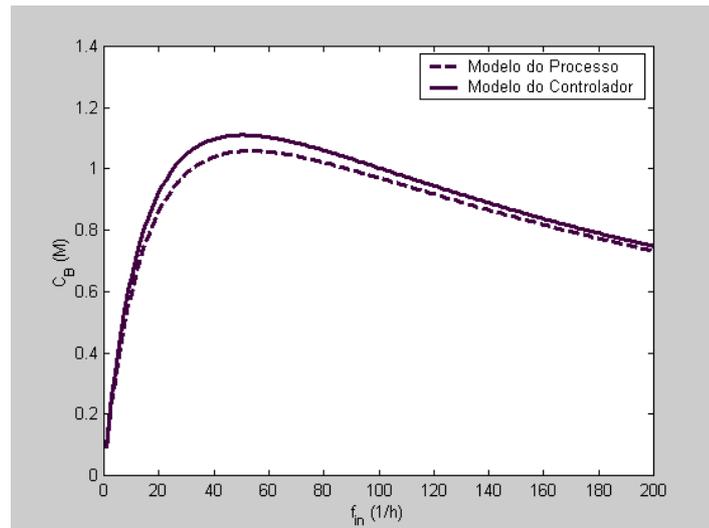


Figura 5.12: Diagrama estacionário para os modelos original e modificado.

A título de comparação, realizou-se a mesma mudança de *setpoint* mostrada na figura 5.9, utilizando-se os modelos do processo e do controlador com a divergência anteriormente descrita. A figura 5.13 mostra o resultado desta simulação, onde se observa que, embora o ponto de operação requerido seja o mesmo da figura 5.9 ($C_B=1.12\text{M}$), a limitação imposta pelo processo só permite que este alcance um valor máximo de 1.05M . Observa-se que mesmo com uma divergência maior entre o valor de *setpoint* e o valor alcançável pelo processo, o controlador se mantém estável.

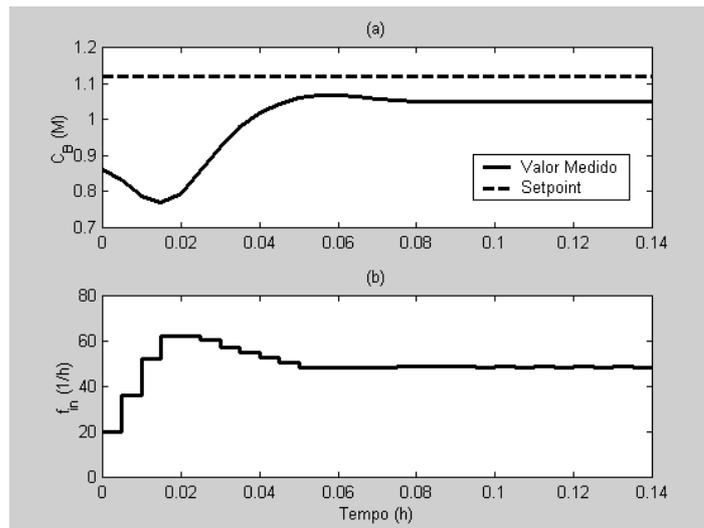


Figura 5.13: Simulação da atuação do controlador LTT na mudança de *setpoint* no reator de Van de Vusse utilizando parâmetros diferentes para o modelo do controlador e do processo. Resposta na saída do sistema (a) e respectivas ações de controle tomadas (b).

5.3 O Sistema dos Quatro Tanques

O reator de Van de Vusse é um caso drástico de não linearidade de um processo bastante comum, que é a inversão de ganho em um dos canais. Este tipo de comportamento pode ser constatado, por exemplo, em uma unidade de extração de butadieno, nas indústrias petroquímicas de primeira geração [Marcon et al 2001].

Um outro caso de inversão de ganho de um sistema é o do tipo que ocorre na matriz de transferência. Neste caso nenhum dos canais apresenta a inversão do ganho mas o sinal do determinante da matriz de ganhos se modifica de acordo com o ponto de operação. Este caso pode ser perfeitamente ilustrado pelo sistema dos quatro tanques descrito a seguir.

5.3.1 Descrição do Processo

O sistema dos quatro tanques foi desenvolvido pelo IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineering*) [Johansson 2000] com o intuito de estudar as limitações no desempenho de controladores frente ao deslocamento dos zeros do sistema. Este processo consiste de um conjunto de quatro tanques conectados em série e em paralelo como mostra a figura 5.14. Na parte superior estão posicionados dois tanques de números 3 e 4 cujas descargas são direcionadas para os tanques de números 1 e 2, respectivamente e que, posteriormente, têm seus fluxos conduzidos a um tanque pulmão. A característica principal deste sistema está na forma como os quatro tanques são alimentados. Dispõe-se de duas vazões independentes de alimentação chamadas F_1 e F_2 e que podem ser divididas em frações de fluxo x_1 e x_2 , respectivamente. A fração de fluxo x_1 da vazão F_1 é direcionada para o tanque de número 1 enquanto que o restante alimenta o tanque 4, o qual posteriormente alimentará o tanque 2. De forma similar, a fração x_2 da vazão F_2 é direcionada para o tanque de número 2, enquanto que o restante é conduzido ao tanque 3 e por conseguinte o tanque 1. As variáveis controladas deste sistema são os níveis h_1 e h_2 dos tanques 1 e 2,

respectivamente. As variáveis manipuladas deste sistema são as vazões F_1 e F_2 . As frações x_1 e x_2 são distúrbios medidos.

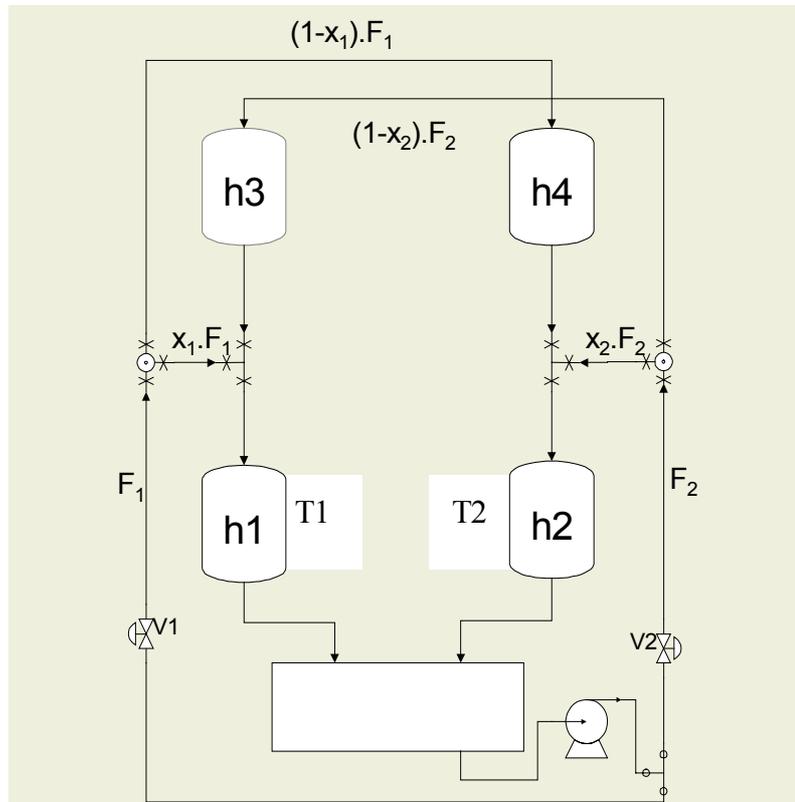


Figura 5.14: Representação do sistema de quatro tanques

A modelagem matemática do sistema foi desenvolvida como segue:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = x_1 \cdot F_1 + R_3 \sqrt{h_3} - R_1 \sqrt{h_1} \quad (5.4)$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = x_2 \cdot F_2 + R_4 \sqrt{h_4} - R_2 \sqrt{h_2} \quad (5.5)$$

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = (1-x_2) \cdot F_2 - R_3 \sqrt{h_3} \quad (5.6)$$

$$A_4 \frac{dh_4}{dt} = (1-x_1) \cdot F_1 - R_4 \sqrt{h_4} \quad (5.7)$$

onde A_i é a área da base do tanque i ;

R_i é a constante de perda de carga da saída do tanque i .

A forma como as vazões de alimentação são dispostas provoca dois eventos importantes. O primeiro é o grande acoplamento entre os canais do sistema, ou seja, o aumento ou redução de qualquer uma das vazões influenciará no nível dos dois tanques (1 e

2) de acordo com as frações desviadas de cada corrente. No entanto, o fator mais importante deste estudo de caso é a inversão do ganho na matriz de transferência. Intuitivamente, nota-se que o aumento de uma vazão de alimentação de um tanque faz com que seu nível aumente. De fato, isto ocorre se for considerado cada canal independentemente, no entanto, um fato curioso ocorre se o sistema for considerado como um todo, que é a inversão do emparelhamento ideal do sistema.

Para elucidar melhor o que acontece neste sistema, considere o caso em que tem-se as frações x_1 e x_2 próximas da unidade. Neste caso para conseguir-se um aumento no nível do tanque 1 é necessário produzir um aumento na vazão F_1 ; e similarmente na vazão F_2 para um aumento do nível do tanque 2. Se as frações não forem exatamente a unidade o aumento de uma das vazões influenciará também no outro tanque de forma que para manter-se o *setpoint* deste é necessário reduzir a outra vazão. Em outras palavras, para se aumentar o nível do tanque 1 é necessário aumentar a vazão F_1 , o que implicará em um pequeno aumento do nível do tanque 2, sendo necessário, para compensá-lo, reduzir F_2 . À medida que a fração de alimentação começa a ser reduzida, as vazões que dominam a respostas dos níveis começam a inverter até que para uma situação onde $x_1+x_2 < 1$ [Johansson 2000], tem-se a inversão do pareamento ideal. Nesta situação, a melhor forma de se aumentar o nível do tanque 1 é aumentar a vazão F_2 , o que implicará em um pequeno aumento do nível do tanque 2, tornando necessário reduzir F_1 para compensá-lo. Esta situação está ilustrada na figura 5.15, onde a simulação mostra as ações de controle quando as somas de x_1 e x_2 são menores que a unidade e posteriormente quando estas são maiores que a unidade, para uma mesma mudança de *setpoint*. Além disso, a superposição do efeito da dinâmica dos tanques superiores (3 e 4) e da influência da injeção direta de cada um dos fluxos nos tanques inferiores (1 e 2) provoca o surgimento de resposta inversa no sistema, ou seja, o sistema é de fase não mínima neste ponto de operação.

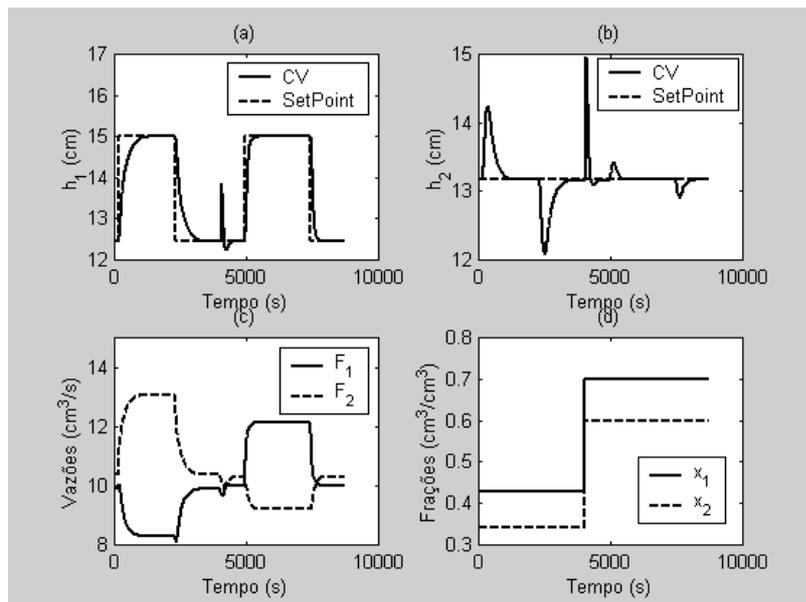


Figura 5.15: Simulação do modelo dos quatro tanques que leva o sistema a inverter o pareamento ideal

Para ilustrar de forma mais quantitativa a inversão que ocorre no sistema determinou-se o RGA para dois pontos distintos mostrados na tabela 5.5 - um de fase mínima,

representado pelo sobrescrito "-" e outro de fase não mínima representado pelo sobrescrito "+". Os sistemas linearizados nestes pontos estão mostrados nas equações 5.8 e 5.9 e os RGA's calculados para estes sistemas são dados pelas equações 5.10 e 5.11, respectivamente.

Tabela 5.5: Pontos de operação do modelo dos quatro tanques

Variável	Ponto ⁺	Ponto ⁻	Unidades
F ₁	9,89	9,99	cm ³ /s
F ₂	10,36	10,05	cm ³ /s
x₁	0,43	0,70	cm³/cm³
x₂	0,34	0,60	cm³/cm³
h ₁	12,44	12,26	cm
h ₁	13,16	12,78	cm
h ₃	4,73	1,63	cm
h ₄	4,98	1,40	cm
A ₁	28	28	cm ²
A ₂	32	32	cm ²
A ₃	28	28	cm ²
A ₄	32	32	cm ²
R ₁	3.145	3.145	cm ^{5/2} *s ⁻¹
R ₂	2.525	2.525	cm ^{5/2} *s ⁻¹
R ₃	3.145	3.145	cm ^{5/2} *s ⁻¹
R ₄	2.525	2.525	cm ^{5/2} *s ⁻¹

$$G^+(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.75}{63s+1} & \frac{1.25}{(39s+1)(63s+1)} \\ \frac{1.25}{(56s+1)(91s+1)} & \frac{0.8}{91s+1} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$G^-(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.3}{62s+1} & \frac{0.75}{(23s+1)(62s+1)} \\ \frac{0.7}{(30s+1)(90s+1)} & \frac{1.4}{90s+1} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$RGA^+(0) = \begin{bmatrix} -0.6357 & 1.636 \\ 1.636 & -0.6357 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$RGA^-(0) = \begin{bmatrix} 1.4 & -0.4 \\ -0.4 & 1.4 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Os RGA's para os dois sistemas comprovam que o emparelhamento correto para este sistema se inverte para o ponto de operação de fase não mínima.

5.3.2 Aplicação do Controlador ao Sistema

Quando se projeta controladores lineares para processos não lineares costuma-se determinar os pontos de operação onde o desempenho possa ser mais limitado a fim de que o mesmo seja robusto o suficiente para trabalhar nos demais pontos de operação. No entanto o acréscimo de robustez ao controlador faz com que seu desempenho fique prejudicado. Em outras palavras, isto significa que o controlador torna-se lento, e assim atuará na planta mesmo que esteja em uma região de operação onde poderia atuar mais rapidamente.

Por outro lado, se o controlador for projetado levando-se em conta o melhor desempenho que este possa alcançar, existe o risco de haver instabilidade se o sistema atingir um ponto onde o desempenho for limitado.

Aqui demonstra-se uma outra vantagem da utilização do algoritmo de controle LLT. Projetou-se o controlador para a região de fase mínima pela metodologia RPN [Trierweiler et al 2001]. Isto faz com que o controlador possua o melhor desempenho possível para cada região de trabalho. As figuras 5.16 e 5.17 mostram a comparação entre os controladores LLT e DMC na transição do sistema de um ponto de fase mínima ($x_1=0,7$ e $x_2=0,6$, $x_1+x_2=1,3 > 1$, logo sistema de fase mínima) para um de fase não mínima ($x_1+x_2=0,77 < 1$), onde nota-se que o controlador DMC leva o sistema a instabilidade. Os parâmetros de ajuste calculados pela metodologia RPN estão dispostos na tabela 5.6, onde observa-se uma considerável diferença no peso das variáveis manipuladas, o que torna o desempenho na região de fase não mínima menor.

Tabela 5.6: Ajuste dos controladores para os pontos de operação do modelo dos quatro tanques

Parâmetro	Ponto ⁺	Ponto ⁻	Unidades
Horizonte de predição (P)	33	70	-
Horizonte de controle (M)	9	11	-
Peso (Γ) da variável de saída h_1	0.76	0.70	-
Peso (Γ) da variável de saída h_2	0.77	0.70	-
Peso (Λ) da variável manipulada F_1	5.28	0.14	-
Peso (Λ) da variável manipulada F_2	5.29	0.14	-
Escalonamento (L) da variável de saída h_1	0.94	0.44	-
Escalonamento (L) da variável de saída h_2	0.87	0.69	-
Escalonamento (R) da variável manipulada F_1	1.02	0.60	-
Escalonamento (R) da variável manipulada F_2	0.79	0.51	-
Tempo de amostragem (T_s)	10	2	s

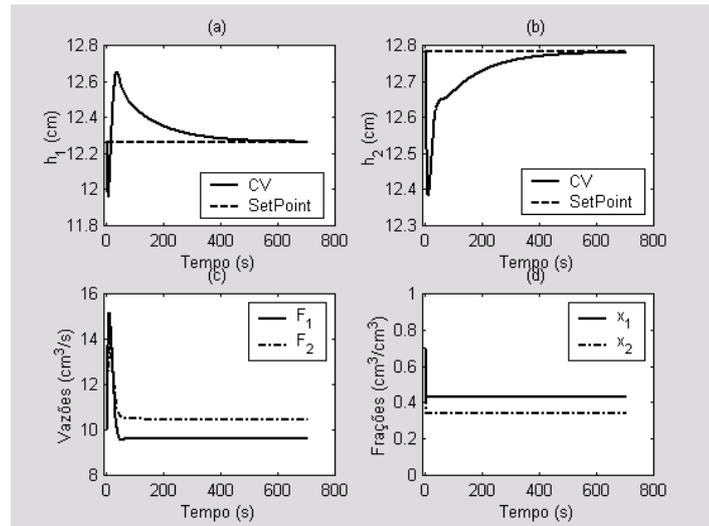


Figura 5.16: Simulação da atuação do controlador LLT no modelo dos quatro tanques no momento em que um distúrbio leva o sistema da região de fase mínima para a de fase não mínima

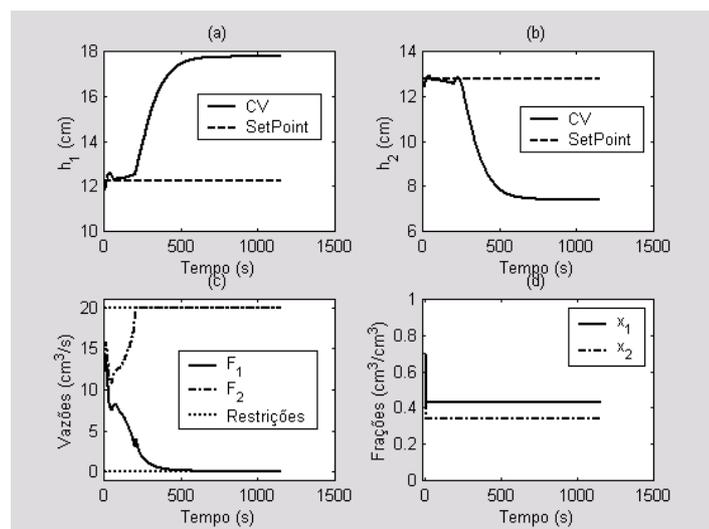


Figura 5.17: Simulação da atuação do controlador DMC no modelo dos quatro tanques no momento em que um distúrbio leva o sistema da região de fase mínima para a de fase não mínima.

5.4 Conclusões

No início deste capítulo foi mostrada a aplicação do algoritmo LLT ao modelo do tanque de troca térmica que, embora não seja um sistema muito difícil de ser controlado, serviu para testar o algoritmo frente ao trabalho com restrições, alvo em variáveis manipuladas e o trabalho com sistemas muito não lineares e multivariáveis. Este estudo inicial serviu para criar a confiabilidade no controlador e permitir a sua aplicação a problemas mais complexos.

O algoritmo de controle se mostrou eficaz no controle de sistemas com não linearidades bastante agudas. Foi o caso do reator de Van de Vusse, onde a inversão do ganho do sistema dificulta o controle linear. Neste caso foi possível controlar o sistema, mesmo no

ponto de inversão de ganho, que é a região mais crítica. Além disso mostrou-se que o controlador LLT foi capaz de conduzir o sistema ao ponto de operação requerido pelo uso do alvo.

Observou-se também a eficiência do controlador no caso em que ocorria a inversão no determinante da matriz de ganhos. Neste caso utilizou-se um controlador projetado para a região de fase mínima que buscava o melhor desempenho alcançável. No entanto, o controlador, utilizando os mesmos parâmetros, foi capaz de manter o sistema estável quando este se deslocou para a região de fase não mínima, o que mostra a robustez desta metodologia.

5.5 Referências Bibliográficas

[Johansson 2000] JOHANSSON, K. H.; "*The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero*"; IEEE Transactions on Control Systems Technology; vol 8; n° 3; pp 456; May 2000.

[Marcon et al 2001] S. M. MARCON, J. O. TRIERWEILER, A. R. SECCHI, L.P. LUSA, M. FARENZENA; "*Operating Point, Dynamic Behavior, and Control Structure Design for an Industrial Butadiene Plant*"; Dynamic Control Process Symposium, 2001.

[Trierweiler et al 2001] TRIERWEILER, J. O., FARINA, L. A., DURAIKI, R. G.; "*RPN Tuning Strategy for Model Predictive Control*"; Preprints of DYCOPS-Dynamic Control Process Symposium, June 4-6, 2001, Jeju Island, Korea pp 289; 2001.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

Os três exemplos mostrados no capítulo 5 demonstram situações críticas onde outros controladores preditivos falham ou apresentam perda de desempenho. No primeiro caso, o exemplo do tanque de troca térmica, observa-se uma variação da dinâmica do processo que é dependente da direção da ação de controle. Nota-se que o sistema foi adequadamente controlado pelo controlador, respeitando os limites impostos pela física do processo.

No exemplo em que se procurou controlar o reator de Van de Vusse, o controlador demonstrou-se capaz de levar o sistema até o ponto de operação mais próximo possível do *setpoint* requerido, sendo que devido à limitação do processo, o mesmo não poderia ser alcançado. Comparando-se com a atuação dos controladores convencionais mostrados no capítulo 3, observa-se que estes não foram capazes de manter o sistema no *setpoint* quando este se situava perto da região crítica (região de inversão de ganho). Ainda no mesmo caso, foi possível demonstrar a capacidade do controlador de levar o processo para diferentes regiões de operação, com modelos lineares completamente diferentes, sem que fosse necessária a intervenção do operador para fazer a troca de modelos, ou mesmo operar manualmente a planta. Isto demonstra outro aspecto importante do uso do LLT que é a segurança, pois pelo fato de se ter uma menor intervenção humana no processo menor será o risco de ocorrerem falhas.

Finalmente no terceiro exemplo, o sistema dos quatro tanques, foi possível observar o comportamento do controlador frente a sistemas multivariáveis, seu acoplamento e, principalmente, frente a modificação do grau de acoplamento. Além disto observou-se o seu comportamento frente a inversão do determinante da matriz de ganhos, onde observou-se que o sistema foi capaz de perceber a modificação das condições de operação e conservar o *setpoint* do sistema utilizando o melhor desempenho alcançável para a região de operação a que este estava sujeito, ao contrário do controlador linear que provocou a instabilidade do sistema.

Não foi possível realizar testes comparativos com controladores não lineares comerciais, devido ao fato destes não estarem disponíveis a preços acessíveis para testes, mas foi possível

ver que o controlador LLT se mostrou bastante eficaz no controle de processos com fortes não linearidades que, com controladores lineares, não seriam controlados. Os testes realizados em um modelo mais complexo de um reator de polimerização, embora tenham reproduzido bons resultados, não puderam ser divulgados nesta dissertação por sigilo industrial.

Embora o método de convergência utilizado pelo algoritmo LLT tenha se mostrado bastante robusto, ainda existem uma série de possíveis melhorias passíveis de serem realizadas. A principal modificação pertinente seria a redução do tempo de convergência no cálculo das ações de controle que, embora em todos os casos estudados tenha sido calculado em tempo hábil (por volta de $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$ do tempo de amostragem), ainda é considerado um tempo elevado se comparado com outros controladores preditivos não lineares. Em parte, este tempo poderá ser reduzido se a implementação do controlador for desenvolvida na forma de aplicativo independente, pois atualmente o controlador se encontra implementado no ambiente MATLAB[®], o que o torna mais lento. Além disso, os modelos não lineares utilizados em todos os testes desenvolvidos aqui consistiam em modelos de equações diferenciais que necessitam de integradores numéricos para sua resolução. Do montante de tempo utilizado na determinação da ação de controle, cerca de 80 % corresponde à parte de integração do modelo não linear para a correção da trajetória. O desenvolvimento do controlador poderia migrar para o estudo de um modelo não linear que pudesse ser avaliado com maior velocidade, como as redes de modelos locais ou redes neurais

Outra melhoria possível se refere ao ajuste de parâmetros do controlador. Atualmente, os parâmetros de ajuste do algoritmo LLT têm sido calculados para um estado estacionário específico através de um modelo linearizado neste ponto. Esta forma de ajustar parâmetros poderia migrar para um múltiplo ajuste, ou seja, um ajuste de parâmetros para vários pontos de operação de forma a construir uma rede de parâmetros locais, que fornecem valores mais apropriados de acordo com o ponto de operação em que o sistema se encontrasse.

No que diz respeito ao algoritmo de controle, poder-se-ia criar um sistema de avaliação do desvio da trajetória. Atualmente, toda vez que o algoritmo é acionado as iterações prosseguem linearizando modelos ao longo da trajetória até que uma predição adequada seja feita. Como já foi mencionado anteriormente, para dadas regiões de trabalho, o sistema pode ser bem descrito por um modelo linear e, sendo assim, não é necessário que o algoritmo trabalhe permanentemente linearizando modelos ao longo de uma trajetória. O que está sendo sugerido aqui é a determinação de um critério para avaliar quando o algoritmo teria que atualizar os modelos ao longo da trajetória e quando isto não seria necessário.

Certamente, muitos outros pontos deste trabalho poderiam ser melhorados, mas a constatação destes depende da utilização do controlador em outros processos industriais que permitam identificá-los. O importante deste trabalho é a proposição, fundamentação, e estudo de uma nova ferramenta para controle de processos industriais que, pela comprovação através da aplicação a estudos de caso, se mostrou extremamente eficaz.

Apêndice A

Interface Gráfica

Uma importante ferramenta que permitiu a utilização do algoritmo LLT amplamente para executar testes com diferentes tipos de modelos bem como a sua aplicação para testes práticos em reatores de polimerização foi a interface gráfica.

Embora o objetivo da dissertação fosse o desenvolvimento do algoritmo de controle, o trabalho completo de desenvolvimento do controlador contou com a participação de um grupo de pessoas, que juntas, constituíram também um módulo de ajuste do controlador e outro de modelagem e identificação de modelos. Assim como todo o algoritmo de controle, a interface gráfica e os outros módulos gerados foram implementados para serem executados juntamente com o aplicativo MATLAB[®] versão 5.3.1.29215a (R11.1) para Windows PC.

Neste apêndice será apresentada esta ferramenta que embora não seja um ponto determinante para o funcionamento do controlador e não se relacione com o desenvolvimento do algoritmo diretamente, serve como protótipo de uma interface na geração de um produto final. Passo a passo, será apresentado o funcionamento do controlador desde a obtenção do modelo até a sua aplicação na planta.

A.1 Operação Básica

O controlador LLT pode ser acionado no MATLAB[®] 5.3 a partir do diretório onde o mesmo foi instalado pelo comando LLT, que abre a janela principal do controlador mostrada na figura A.1.

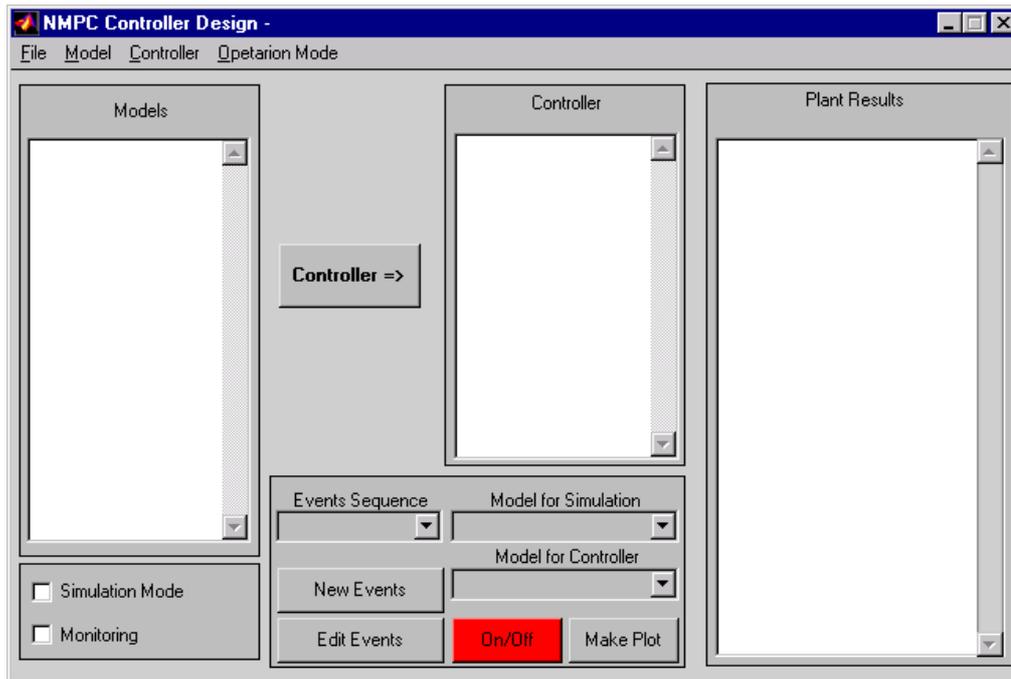


Figura A.1: Janela principal do controlador LLT

O primeiro passo para a confecção do controlador é a obtenção do modelo que represente o processo. O modelo a ser utilizado pode ser de três tipos: Redes Neurais, princípios fundamentais, ou modelos lineares em espaço de estado do tipo LTI

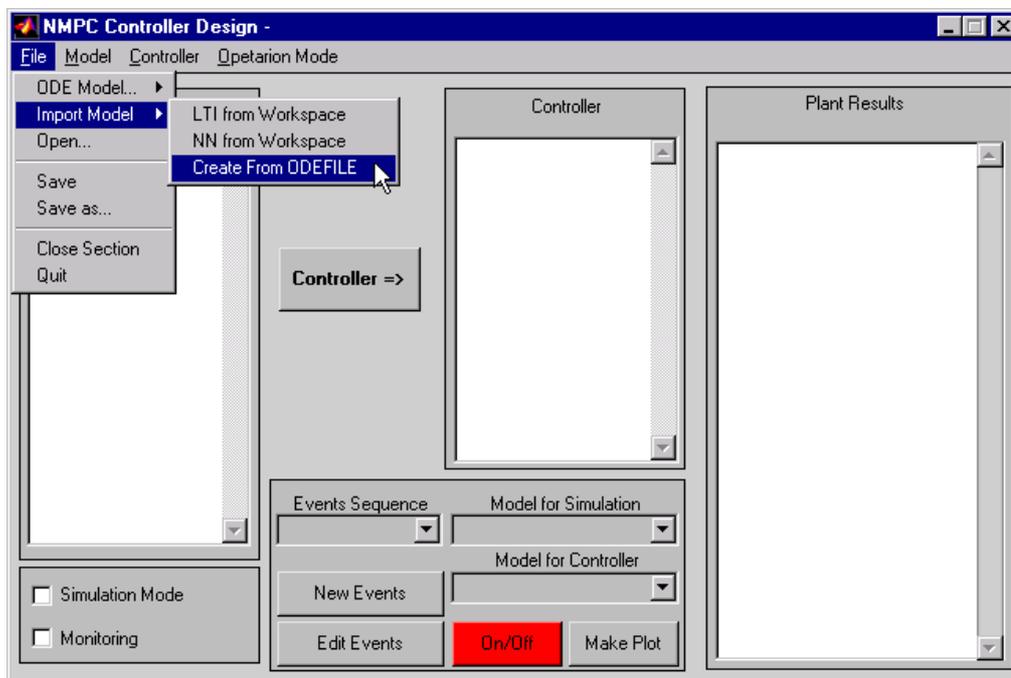


Figura A.2: Menu para importação de modelos

A.1.1 Importação de Modelos

A utilização de qualquer um destes modelos depende da sua identificação ou construção prévia por intermédio de qualquer uma das ferramentas do MATLAB. Estando

qualquer um dos modelos mencionados na área de trabalho do MATLAB ou gravado em arquivo, a importação pode ser feita a partir do menu *File, Import Model*, onde três opções são apresentadas, como mostra a figura A.2. As duas primeiras requerem que os modelos estejam na área de trabalho do MATLAB na forma respectiva de rede neural ou LTI. A terceira requer uma confecção de modelo baseado em princípios fundamentais na forma de “*ODEFILE*” [MATLAB User Guide]. Clicando em “*LTI from Workspace*” aparecerá a janela mostrada na figura A.3, que relacionará todos os modelos na forma LTI disponíveis na área de trabalho.

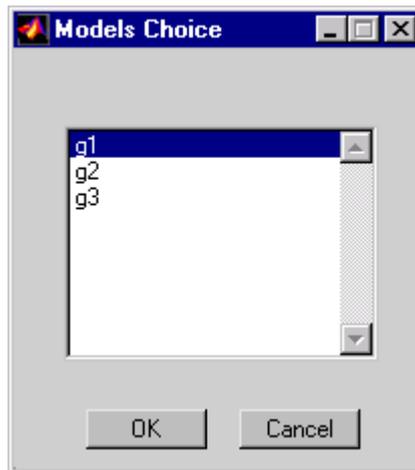


Figura A.3: Interface para escolha do modelo LTI (Primeira etapa)

Selecionado o modelo desejado, basta clicar no botão OK e abre-se, então, a janela mostrada na figura A.4, que permitirá a escolha das variáveis a serem utilizadas pelo modelo. Nesta interface aparecem dois “*frames*”: “*Input variables*” e “*Output Variables*”. Em cada um destes “*frames*” encontram-se as variáveis de entrada e saída do modelo corrente. O usuário poderá selecionar, dentre as entradas do modelo (IVs), quais serão variáveis manipuladas (MVs), quais serão distúrbios medidos (DVs) e quais serão desconsideradas pelo modelo. Para tanto, basta adicionar as variáveis relacionadas no campo “IVs” aos campos “MVs” e “DVs” através dos respectivos botões localizados ao lado de cada campo. Da mesma forma, é possível selecionar, dentre as variáveis de saída do modelo (OVs), quais serão controladas (CVs) e quais serão apenas medidas como variáveis de processo (PVs).

Para cada variável selecionada, aparecerão, no conjunto de campos laterais, algumas informações que poderão ser alteradas a respeito da mesma. São elas o nome, o tipo, o intervalo de variação e as unidades. Ainda nesta janela, deverá ser indicado, no campo “*System Sample Time*”, o tempo de amostragem que será utilizado pelo controlador.

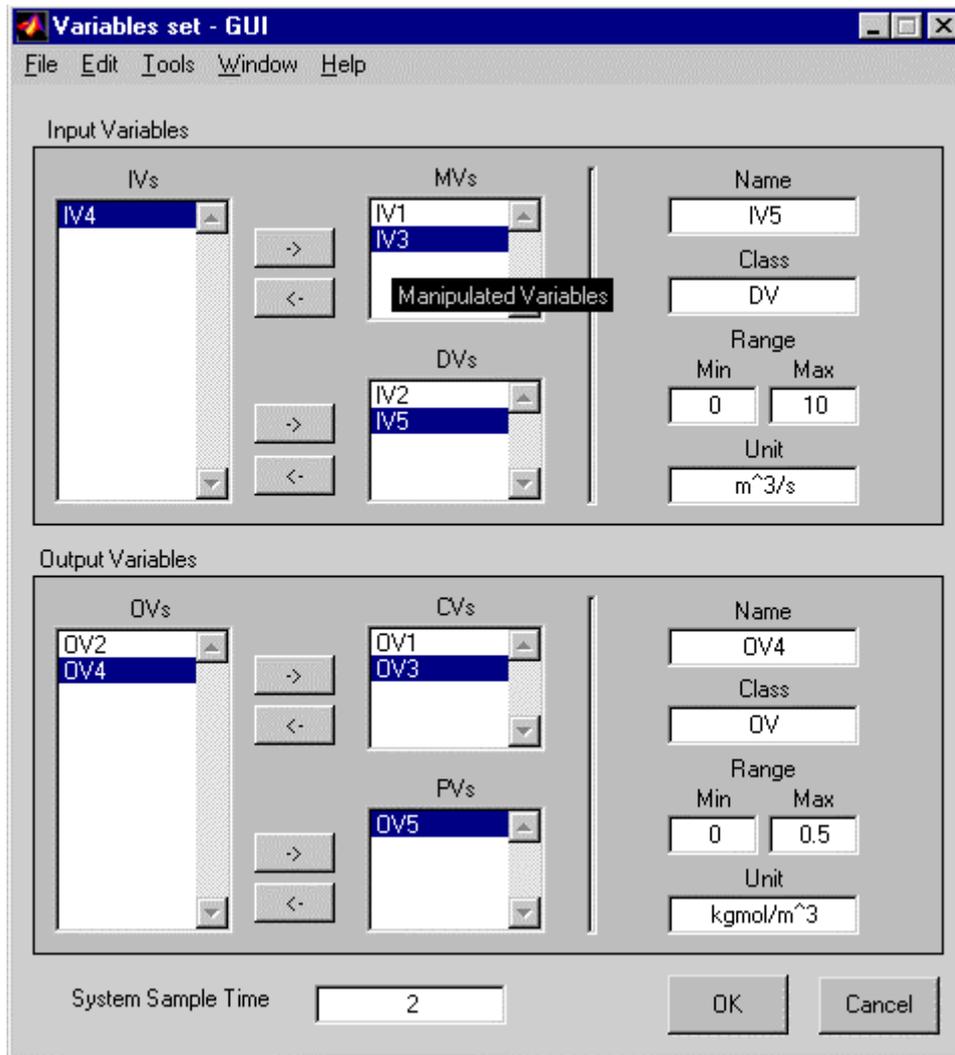


Figura A.4: Interface de importação de modelos LTI (segunda etapa)

Da mesma forma pode ser importado um modelo de rede neural clicando-se no submenu “*NN from Workspace*”. Neste caso a interface de importação está mostrada na figura A.5. No campo *NN Model*, são mostradas as estruturas do tipo de redes neurais disponíveis na área de trabalho do MATLAB. Para cada estrutura selecionada os demais campos se alteram mostrando os dados correspondentes a nova estrutura. Esta interface serve para atribuir os valores dinâmicos *Teta* (tempo morto) e *Tau* (tempo de subida) para cada canal do sistema. Para tanto seleciona-se uma variável de entrada e uma de saída e especifica-se seus parâmetros dinâmicos nos campos correspondentes a *Teta* e *Tau*. Outra forma de fazer a mesma coisa é pressionar os botões referentes a estes parâmetros, que uma tabela contendo estas informações de todos os canais será mostrada, facilitando a sua edição.

Após estabelecer as dinâmicas, pressiona-se o botão “*Ok*”, fazendo com que a interface da figura A.4 seja acionada para permitir a escolha das variáveis do sistema.

A importação de modelos fenomenológicos depende da construção do mesmo em um arquivo do tipo ODEFILE [MATLAB User Guide], sendo que a determinação das variáveis

PV, CV, MV e DV é feita neste arquivo . O controlador com base neste tipo de modelo é criado pelo submenu "Create from ODEFILE" do menu "File" "Import".

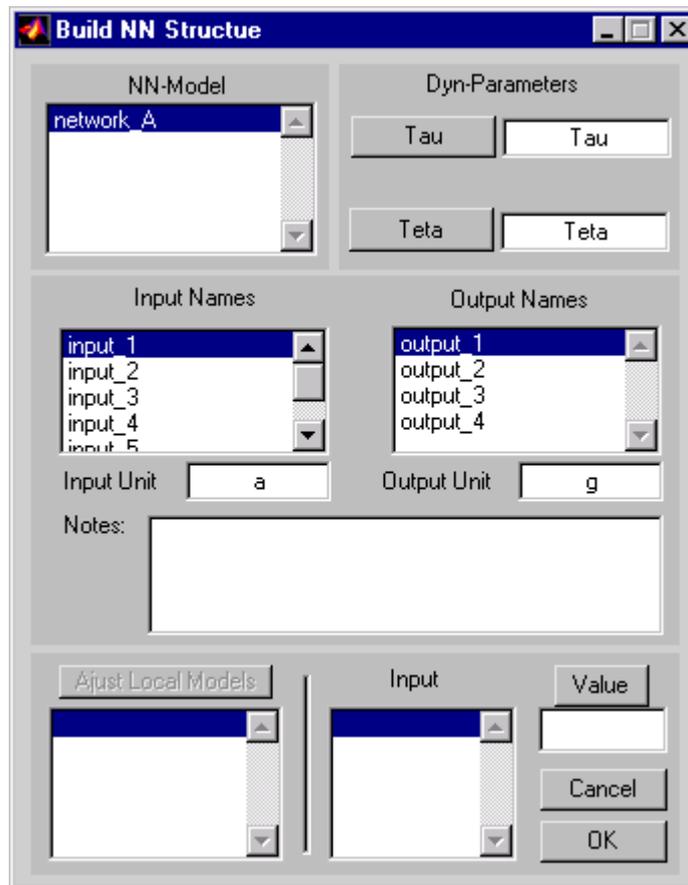


Figura A.5: Interface para importação de redes neurais

O modelo importado é colocado no *Listbox* do *frame* "Models", da janela principal.

A.1.2 Ajuste do controlador

Após escolhido o modelo, é necessário determinar o ajuste do controlador. Pressionando o Botão "Controller" da interface principal, o ajuste do controlador é feito diretamente pela metodologia RPN. A figura A.6 mostra a interface que utiliza a metodologia referida para o cálculo dos parâmetros do controlador. No canto superior esquerdo encontra-se um *frame* que contém o nome do modelo selecionado, juntamente com um conjunto de *checkbox* onde é possível requerer análises do sistema através de gráficos padronizados, como as respostas no domínio tempo e frequência. Na mesma grade encontra-se também o botão "Change Pairing", pelo qual é possível modificar o pareamento das variáveis para o ajuste. Para tanto basta clicar no referido botão que a interface mostrada na figura A.7 será apresentada. Nesta Interface, os botões "UP" e "DOWN" movimentam as variáveis de entrada, para cima ou para baixo, de forma que fiquem posicionadas ao lado da variável controlada com a qual se deseja pareá-la. Após determinado o pareamento adequado das variáveis, preciona-se o botão "ACCEPT" para que o pareamento determinado seja aceito.

No canto superior direito da interface de ajuste encontra-se o *frame* do desempenho desejado. Neste *frame*, o botão "Edit Desire" aciona uma tabela contendo os parâmetros que devem ser especificados para promover o ajuste. Estes parâmetros são: o *overshoot* percentual admitido e o número de vezes que o sistema deve ser mais rápido em malha fechada em relação à malha aberta. O botão "Auto Set CL Using" promove um ajuste padrão onde o *overshoot* é estabelecido em 10% e o tempo de subida em malha fechada em 6 vezes mais rápido que a malha aberta.

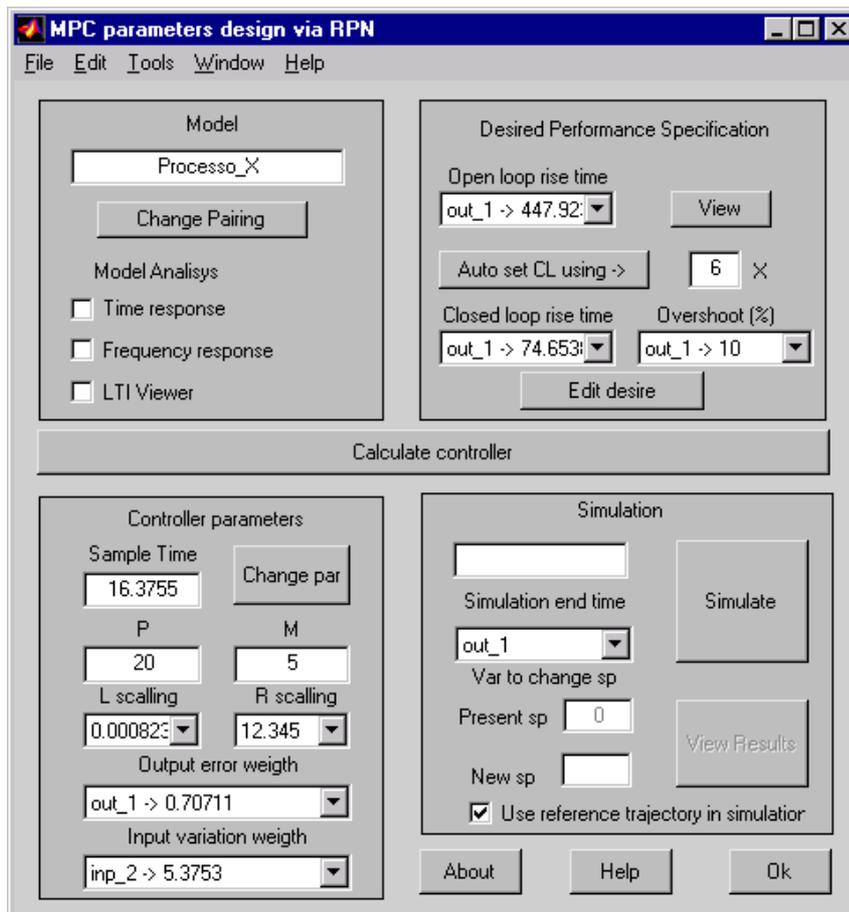


Figura A.6: Interface de Ajuste do controlador.

Após definidos, o pareamento ideal do sistema e os parâmetros de desempenho requeridos para o sistema, obtém-se os parâmetros do controlador pressionando o botão "Calculate Controller", que envia os parâmetros determinados para o *frame* do canto inferior esquerdo. O botão "Change Par" aciona uma tabela onde os parâmetros podem ser modificados manualmente.

No canto inferior direito da interface encontra-se o *frame* de simulação, onde é possível estipular mudanças de *setpoint* e simular o comportamento do sistema frente a atuação do controlador. Após determinados os parâmetros do controlador deve-se pressionar o botão "Ok" para aceitar os parâmetros ajustados que formarão o controlador. O mesmo é adicionado ao *listbox* controller.

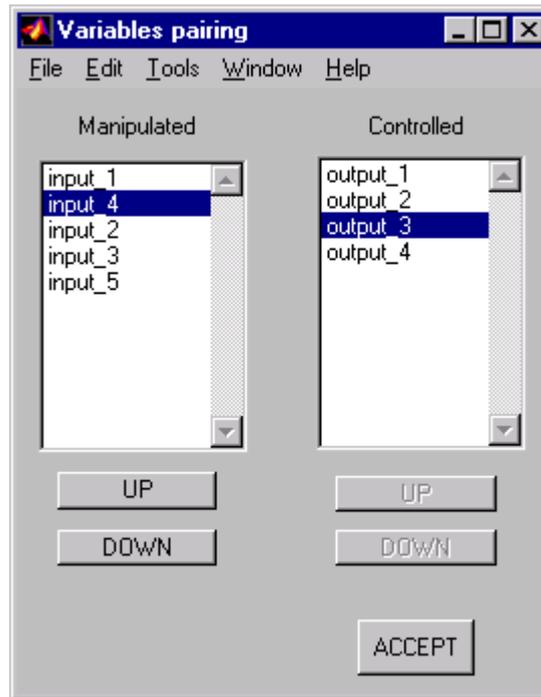


Figura A.7: Interface de Troca de Pareamento de Variáveis

A.1.3 Configuração

Para que seja possível acompanhar o controlador atuando na planta é necessário que se configure quais resultados são importantes para serem visualizados durante a sua operação. Isto é feito acionando o botão "Make Plot" da janela principal, que chama a interface mostrada na figura A.8. Nesta interface são mostrados todas as variáveis disponíveis no modelo, organizadas pelas classes a que pertencem. As variáveis são selecionadas pelo duplo clique sobre estas e a medida que vão sendo selecionadas seus nomes aparecem no *listbox* "Variables", localizado no lado direito da interface. O conjunto de variáveis selecionado fica acumulado em uma página de visualização que tem a capacidade de armazenar até oito gráficos por página. para criar uma nova página de gráficos basta clicar no botão "New Plot", posicionado logo abaixo do conjunto de variáveis selecionadas. O botões "New Variable" exerce a mesma função do duplo clique sobre a última variável selecionada. Já os botões "Clear Plot" e "Clear Variable" são utilizados para remover variáveis ou páginas de variáveis construídas.

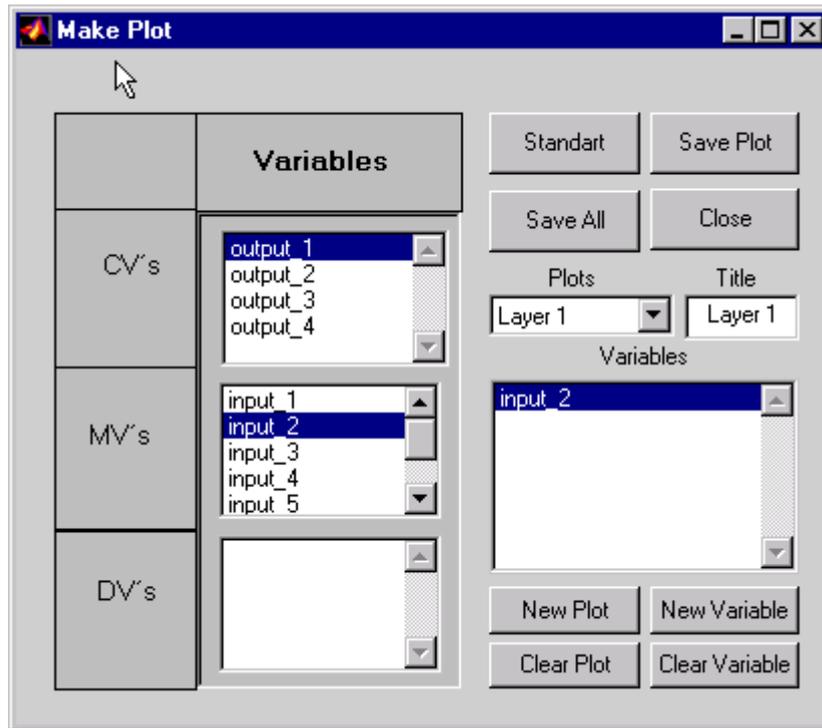


Figura A.8: Interface de configuração de visualização

O conjunto de botões localizado na parte superior serve para gerenciar a aceitação das páginas de telas criadas. No botão “*Save Plot*” é possível salvar as alterações feitas apenas na página de gráficos corrente, enquanto que o botão “*Save All*” salva todas as páginas da seção corrente e fecha a interface. A interface também pode ser simplesmente fechada, sem salvar as alterações realizadas, pelo botão “*Close*”. O botão “*Standard*” cria um conjunto de gráficos padrão constituído de três páginas: uma para CV’s, uma para MV’s e outra para DV’s.

Determinada a configuração de visualização, serão gerados, na janela principal do controlador, botões de referência para as páginas de visualização, que serão posicionados no *listbox* do *frame* “*Plant Results*”, como mostra a figura A.9. O botão selecionado será a página de visualização corrente.

É possível também testar o controlador perfazendo uma simulação do mesmo, utilizando o próprio modelo identificado, antes de colocá-lo para atuar na planta. Para tanto basta acionar o *checkbox* chamado “*Simulation Mode*”.

Antes ainda de colocar o controlador para atuar na planta é possível testá-lo em malha aberta utilizando o *checkbox* “*Monitoring*”, que, quando acionado, faz a leitura das variáveis da planta e determina as ações de controle a serem tomadas, sem aplicá-las a planta. Isto permite verificar se a predição feita pelo controlador parece estar apropriada para ser aplicada a unidade.

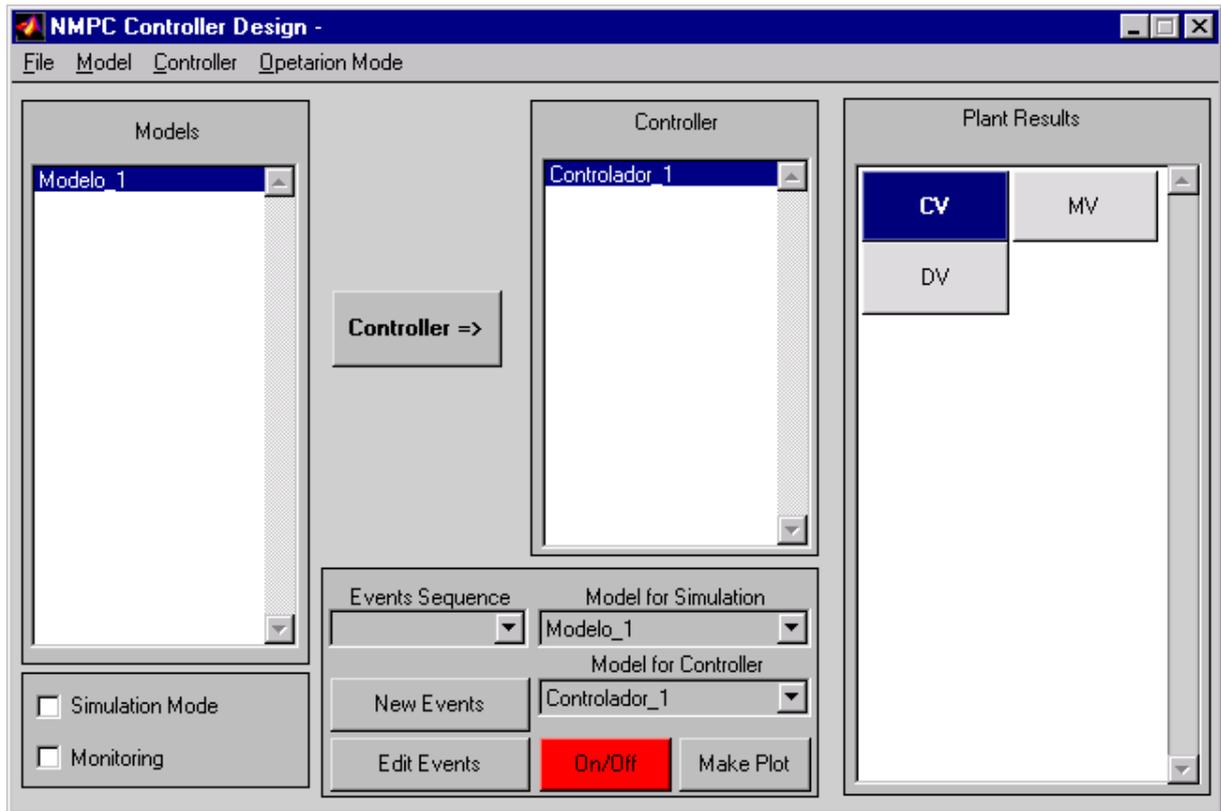


Figura A.9: Botões de referência para as páginas de visualização

A.1.4 Acionamento do Controlador

Antes de acionar o controlador, deve ser verificado o modo de operação desejado (“*Simulation Mode*” , “*Monitoring*”). É aconselhável que antes de colocar o controlador atuando na planta, seja feita a simulação e o monitoramento do processo, para, somente após a realização destes testes, **acionar o controlador em malha fechada**.

O acionamento e a parada do controlador são feitos pelo botão “*On/Off*” que alterna entre as cores vermelho (parado) e verde (acionado). No momento do acionamento a janela contendo as páginas de visualização **gráfica** é mostrada. A figura A.10 mostra uma das páginas da interface de visualização, onde pode ser observado, na parte inferior, uma barra de ferramentas para executar funções básicas, tais como: editar a escala dos eixos, **editar as cores das linhas**, rolagento de páginas, etc.

Na parte superior dos gráficos, são mostrados: o nome da variável que está sendo acompanhada, o seu *status* indicando se está disponível para o controlador, se seu valor é confiável, duvidoso ou a sua leitura está incorreta. No caso de se tratar de uma simulação, como é o caso da figura mostrada, aparecerá apenas o *status* “*Complete*” indicando que todas as informações pertinentes a variável foram atribuídas.

Os gráficos, como é mostrado na figura A.10, são divididos em duas áreas. A linha vertical que os divide representa o instante de tempo atual, enquanto que o lado direito representa a previsão feita pelo controlador e o esquerdo, os resultados da simulação ou as

leituras da planta, conforme o caso. Com este tipo de visualização é possível acompanhar, não só a predição feita pelo controlador, mas também, as restrições a que este está sujeito, o *setpoint*, *target*, valor medido e escrito pelo controlador, bem como o momento em que as alterações foram feitas pelo operador. Como esta representado no gráfico superior direito, posicionando-se o *mouse* sobre qualquer uma das linhas dos gráficos é possível saber o que esta representa e o seu respectivo valor.

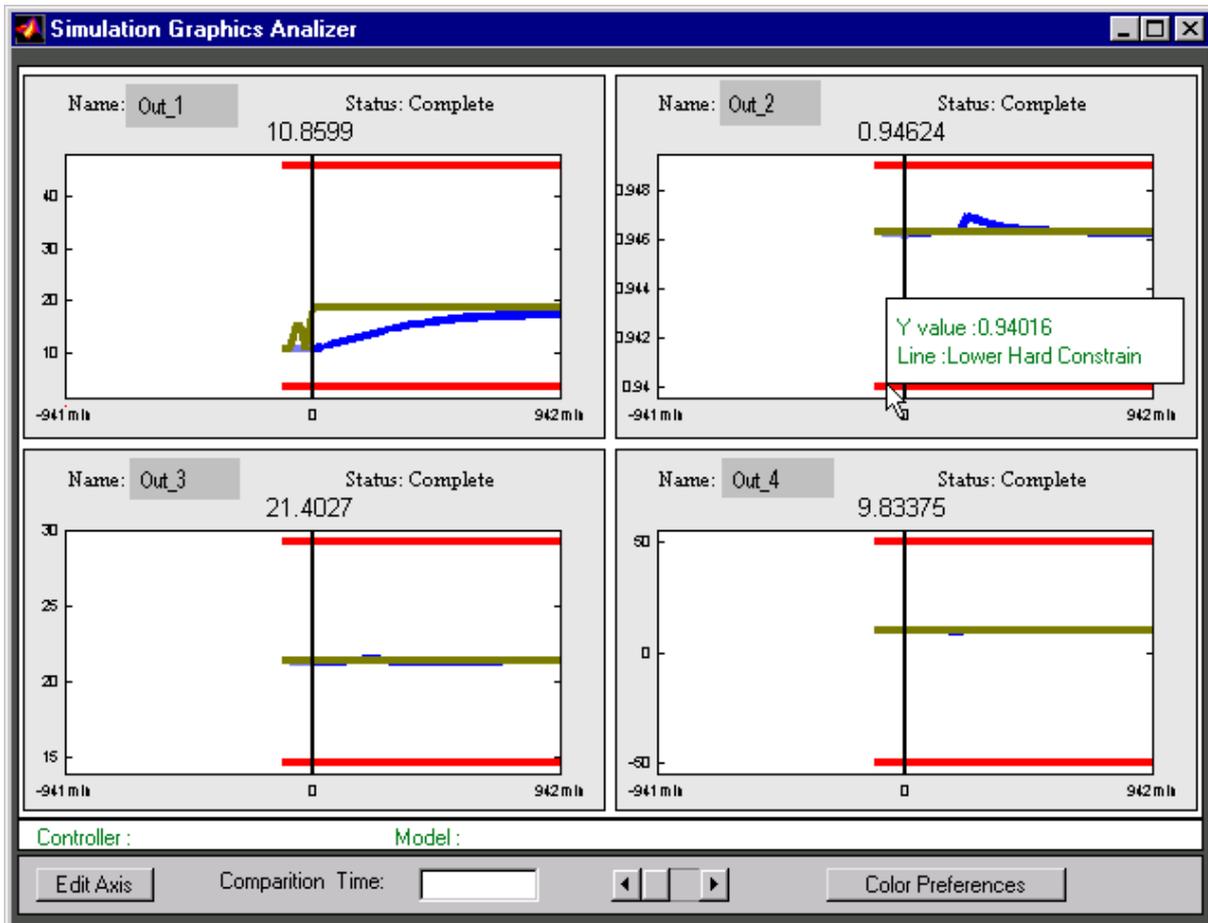


Figura A.10: Interface de visualização de resultados.

A.2 Programação de eventos

O controlador tem condições de trabalhar com eventos programados tais como mudanças de setpoint de variáveis controladas ou estipulação de alvos das variáveis manipuladas utilizando a tabela de eventos. Pressionando o botão "New Event", a interface que disponibiliza esta programação, mostrada na figura A.11, é acionada. Nesta interface é possível selecionar variáveis controladas, manipulada ou ainda distúrbios e programar o evento que se deseja que ocorra com estas variáveis. É possível programar o tipo de modificação que as variáveis devem sofrer através da escolha de uma função no campo "Function". As funções disponíveis são *step* (degrau), *sine* (seno), *slide* (rampa) ou ainda uma função que esteja na área de trabalho do MATLAB[®]. Para cada função existe um

conjuntos de parâmetros que devem ser programados, na tela ao lado do campo "*Function*". Estabelecidos os parâmetros da função que fará a mudança, o evento deve ser adicionado a tabela de eventos através do botão "*ADD*".

Para gravar uma seção de eventos é possível definir o tempo final de simulação e um nome para a seção. Cada seção pode conter uma série de modificações para quaisquer variáveis controladas e manipuladas, sendo que, quando se trabalha no modo de simulação, existe a possibilidade de se programar distúrbios.

Além de se utilizar a interface para programar novos eventos é possível através da interface principal editar eventos já programados. Selecionado-se a seção de eventos desejada no *popmenu* "*Events Sequence*" e clicando-se no botão "*Edit Events*", a interface de programação de eventos é aberta, permitindo adicionar ou remover variáveis da tabela de eventos.

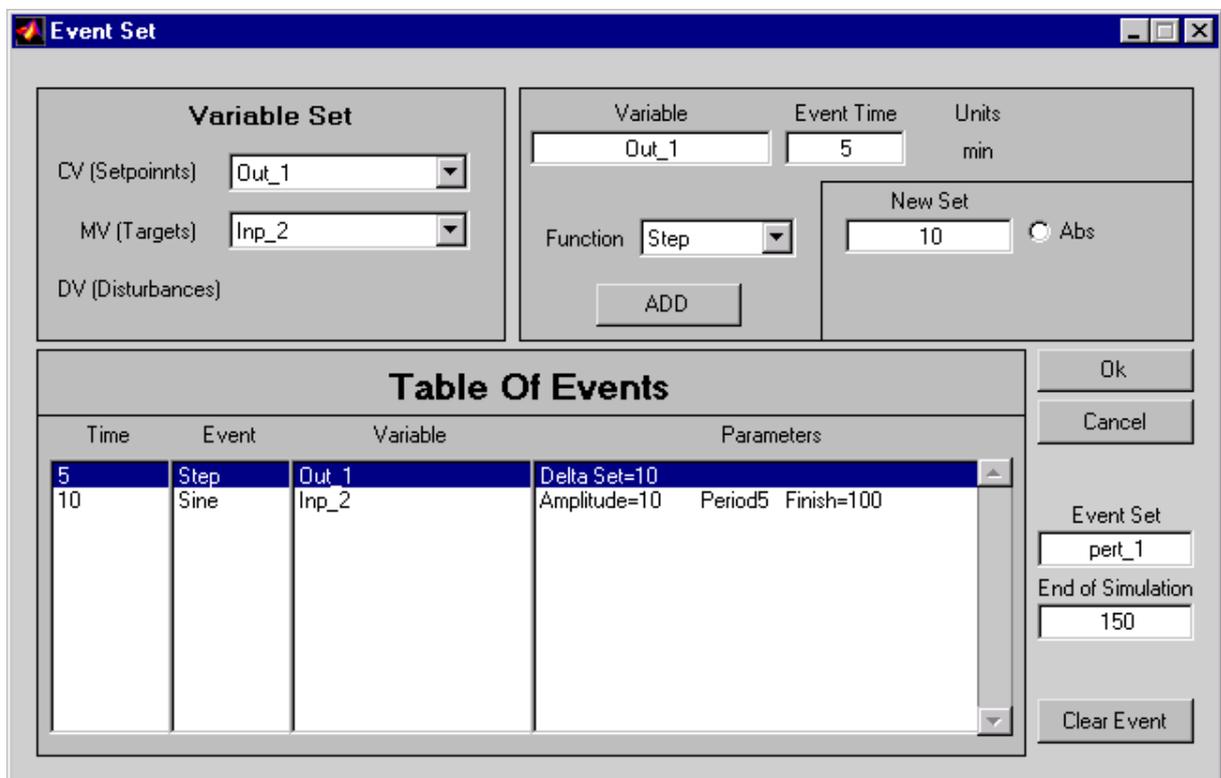


Figura A.11: Interface de Programação de Eventos.

A.3 Referências Bibliográficas

[MATLAB User Guide] MATLAB User Guide, The Language of technical Computing, MATHWORKS Ibc.

Apêndice B

Linearização Dinâmica

Dada a equação diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (\text{B.1})$$

É possível determinar a solução $x(t)$ como função dos parâmetros u . Da mesma forma é possível determinar uma solução $\bar{x}(t)$ em relação ao conjunto de parâmetros \bar{u}

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}) \quad (\text{B.2})$$

Define-se:

$$x = \bar{x} + \delta x \quad (\text{B.3})$$

$$u = \bar{u} + \delta u \quad (\text{B.4})$$

Expandindo a equação B.1 em série de Taylor em torno da trajetória proveniente da solução da equação B.2:

$$f(x, u) = f(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta x + \left. \frac{df}{du} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta u \quad (\text{B.5})$$

Derivando a definição da equação B.3 em relação ao tempo:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x}}{dt} + \frac{d\delta x}{dt} \quad (\text{B.6})$$

Substituindo a equação B.1 na equação B.6:

$$\frac{dx}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}) + \frac{d\delta x}{dt} \quad (\text{B.7})$$

Substituindo B.5 e B.6 em B.1:

$$f(\bar{x}, \bar{u}) + \frac{d\delta x}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta x + \left. \frac{df}{du} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta u \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{d\delta x}{dt} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta x + \left. \frac{df}{du} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \delta u \quad (\text{B.9})$$

Discretizando o sistema representado na equação B.9 :

$$\delta x_{k+1} = A_{x_k, u_k}^- \cdot \delta x_k + B_{x_k, u_k}^- \cdot \delta u_k \quad (\text{B.10})$$

Define-se:

$$\bar{x}_k = x_{k-1}^B \quad (\text{B.11})$$

Anexo 1

Referência: "RPN Tuning Strategy for Model Predictive Control"