

Penalização Hiperbolica

Implementação

Requisitos

- ▶ Linux com compilador Fortran (ex.: gfortran) instalado

Problema exemplo

- ▶ Problema a ser resolvido:

$$\begin{cases} \min & f(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 \\ \text{s.t.} & g_1(x) = x_1 \geq 0 \\ & g_2(x) = x_2 \geq 0 \\ & g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1 \end{cases}$$

- ▶ Problema irrestrito correspondente:

$$\begin{cases} \min & FOM(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 + \sum_{i=1}^3 P(g_i(x), \tau, \lambda) \end{cases}$$

- ▶ Função penalidade:

$$P(y, \tau, \lambda) = -\lambda y + \sqrt{\lambda^2 y^2 + \tau^2}$$

Definição das entradas

```

SUBROUTINE FO ( X, F )
FUNCAO OBJETIVO
ENTRADAS:
REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
SAIDA:
REAL*8 F : VALOR DA FUNCAO OBJETIVO

```

```

REAL*8 F, X(2)
F = 4*(X(1)-4)*(X(1)-4) + 4*(X(2)+5)*(X(2)+5)
RETURN
END

```

← $4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2$

```

SUBROUTINE GFO ( X, GRADF )
GRADIENTE DA FC. OBJETIVO
ENTRADAS:
REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
INTEGER N : DIMENSAO DE X
SAIDA:
REAL*8 GRADF : VALOR DE CADA UMA DAS RESTRIÇÕES

```

```

REAL*8 X(2), GRADF(2)
GRADF = 0.D0
GRADF(1) = 8*X(1) - 32
GRADF(2) = 50*X(2) + 250
RETURN
END

```

▶ Derivada em x1

▶ Derivada em x2

```

..... SUBROUTINE FG ( X , G )
C ..... RESTRICÖES DE DESIGUALDADE G
C ..... ENTRADAS:
C ..... REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
C ..... SAIDA:
C ..... REAL*8 G : VALOR DE CADA UMA DAS RESTRICÖES
C=====
..... REAL*8 X(2) , G(3)
..... G(1) = X(1)
..... G(2) = X(2)
..... G(3) = X(1)*X(1) + 10*X(2)*X(2) - 1
..... RETURN
..... END SUBROUTINE

```

$$g_1(x) = x_1 \geq 0$$

$$g_2(x) = x_2 \geq 0$$

$$g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1$$



```

..... SUBROUTINE GFG ( X , N , M , GG )
C ..... GRADIENTES DAS RESTRICÖES
C ..... ENTRADAS:
C ..... REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
C ..... SAIDA:
C ..... REAL*8 GG : VALOR DE CADA UMA DAS DERIVADAS DAS RESTRICÖES
C ..... A DIMENSAO M POR N
C=====
..... REAL*8 X(2) , GG(3,2)
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 1
..... GG(1,1)=1.D0
..... GG(1,2)=0.D0
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 2
..... GG(2,1)=0.D0
..... GG(2,2)=1.D0
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 3
..... GG(3,1)=2.D0*X(1)
..... GG(3,2)=2.D0*X(2)
..... RETURN

```

Derivada das restrições



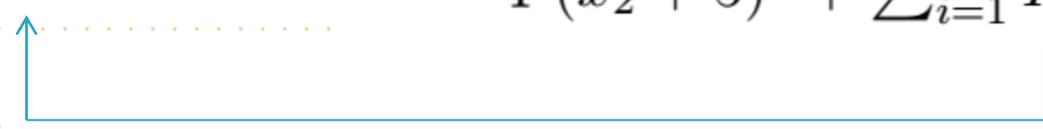
A função objetivo modificada

```

SUBROUTINE FOM ( X , N , M , FVALOR )
FC . OBJETIVO MODIFICADA 1
IMPLICIT REAL*8 ( A-H , O-Z )
DIMENSION X ( N ) , G ( M )
CALL FO ( X , FVALOR )
CALL FG ( X , G )
DO ND=1 , M
  FVALOR = FVALOR + FI ( G , ND )
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

```

$$FOM(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 + \sum_{i=1}^3 P(g_i(x), \tau, \lambda)$$



```

SUBROUTINE GFOM ( X , N , M , GRADFOM )
GRADIENTE DA FC . OBJETIVO MODIFICADA
IMPLICIT REAL*8 ( A-H , O-Z )
DIMENSION X ( N ) , GRADF ( N ) , G ( M ) , GG ( M , N )
DIMENSION GRADFOM ( N )
CALL FG ( X , G )
CALL GFO ( X , N , GRADF )
CALL GFG ( X , N , M , GG )
GRADFOM = GRADF
DO ND1=1 , M
  AUX = DFI ( G , ND1 )
  DO ND=1 , N
    GRADFOM ( ND ) = GRADFOM ( ND ) + GG ( ND1 , ND ) *AUX
  ENDDO
ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE

```

A função penalidade

```

·FUNCTION·FI·(·G·,·NI·)·.....
·FUNCAO·PENALIDADE·ESCOLHIDA·.....
·IMPLICIT·REAL*8·(A-H,O-Z)·.....
·COMMON·/PENHIP/·U(200)·,·TAL(200)
·DIMENSION·G(200)
·AUX=U(NI)*G(NI)
·TAL2=TAL(NI)*TAL(NI)·.....
·FI=·-·AUX·+·DSQRT·(·AUX·*·AUX·+·TAL2·)·.....
·RETURN·.....
·END·.....

```



$$P(y, \tau, \lambda) = -\lambda y + \sqrt{\lambda^2 y^2 + \tau^2}$$

```

=====
·FUNCTION·DFI·(·G·,·NI·)·.....
·DERIVADA·DA·FC·PENALIDADE·ESCOLHIDA·.....
·IMPLICIT·REAL*8·(A-H,O-Z)·.....
·COMMON·/PENHIP/·U(200)·,·TAL(200)
·DIMENSION·G(200)·→·...
·AUX=U(NI)*G(NI)
·TAL2=TAL(NI)*TAL(NI)
·DFI·=·U(NI)·*·(·-1.D0·+·AUX·/·DSQRT·(·AUX*·AUX·+·TAL2·)·)·...
·RETURN·.....
·END·.....

```

Loop principal do programa



```

..... DO WHILE (.NOT. CONVERGIU) .....
C MINIMIZA A FUNCAO OBJETIVO MODIFICADA
..... CALL BFGS (FUNMODA1 , N , X , F , G , SCALE , ACC , W) .....
C VERIFICA O NOVO PONTO X
..... CALL FO (X , FPURO) .....
..... CALL FG (X , GRESTR) .....
..... CALL FOM ( X , N , M , FVALOR )
C VERIFICA SE O PONTO ENCONTRATO E VIAVEL
..... INVIABEL = .FALSE.
..... DO ND=1 , M .....
..... INVIAB (ND) = 0
..... IF ( GRESTR (ND) .lt. -EPS5 ) THEN
..... INVIABEL = .TRUE.
..... INVIAB (ND) = 1
..... ENDIF
..... ENDDO
C ATUALIZACAO DOS PARAMETROS DA PENALIDADE
..... DO ND=1 , M .....
..... IF ( INVIAB (ND) == 0 ) THEN !reducao da penalidade
..... U (ND) = U (ND)
..... TAL (ND) = TAL (ND) / REDUC_TAL
..... ELSE ! aumenta angulo
..... U (ND) = AUMENT_U * U (ND)
..... TAL (ND) = TAL (ND)
..... ENDIF
..... ENDDO
C CRITERIO DE PARADA

```

Resultados

RELATORIO DE CONVERGENDIA DO ALGORITMO DE PEENALIDADE HIPERBOLICA

| IT | X1 | X2 | F | FOM | INVIAB |
|----|------------|------------|--------------|--------------|--------|
| 0 | 10.0000000 | 10.0000000 | 1044.0000000 | 1045.0225123 | FALSE |
| 1 | 5.0614134 | -3.5901920 | 12.4566278 | 86.7353724 | TRUE |
| 2 | 5.0614134 | -3.5901920 | 12.4566278 | 239.9710400 | TRUE |
| 3 | 6.2259583 | 0.0947388 | 123.6450164 | 127.9463661 | FALSE |
| 4 | 3.3016529 | -0.0438714 | 100.2035963 | 109.0904116 | TRUE |
| 5 | 4.9613833 | 0.0043550 | 103.8713068 | 104.1960762 | FALSE |
| 6 | 3.9635260 | 0.0005674 | 100.0280203 | 100.0540035 | FALSE |
| 7 | 3.9635266 | 0.0000358 | 100.0067524 | 100.0105382 | FALSE |
| 8 | 3.9999924 | 0.0000009 | 100.0000355 | 100.0007933 | FALSE |
| 9 | 3.9999924 | 0.0000006 | 100.0000227 | 100.0000487 | FALSE |

$$\begin{cases}
 \min & f(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 \\
 \text{s.t.} & g_1(x) = x_1 \geq 0 \\
 & g_2(x) = x_2 \geq 0 \\
 & g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1
 \end{cases}$$

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

| X-----X-----X | | | | |
|----------------|------|-------------|-------------|---|
| G1 = (X1 >= 0) | | | | |
| IT | VIAV | TAU | LAMBDA | |
| X | X | X | X | X |
| 0 | 0 | 10.00000000 | 10.00000000 | |
| 1 | 0 | 1.00000000 | 10.00000000 | |
| 2 | 0 | 0.10000000 | 10.00000000 | |
| 3 | 0 | 0.01000000 | 10.00000000 | |
| 4 | 0 | 0.00100000 | 10.00000000 | |
| 5 | 0 | 0.00010000 | 10.00000000 | |
| 6 | 0 | 0.00001000 | 10.00000000 | |
| 7 | 0 | 0.00000010 | 10.00000000 | |
| 8 | 0 | 0.00000001 | 10.00000000 | |
| 9 | 0 | 0.00000000 | 10.00000000 | |
| X | X | X | X | X |

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

| X—X—X—————X—————X | | | | |
|-------------------|------|------------|-------------|--|
| G2 = (X2 >= 0) | | | | |
| IT | VIAV | TAU | LAMBDA | |
| X—X—X—————X—————X | | | | |
| 0 | 0 | 10.0000000 | 10.0000000 | |
| 1 | 1 | 10.0000000 | 31.6227766 | |
| 2 | 1 | 10.0000000 | 100.0000000 | |
| 3 | 0 | 1.0000000 | 100.0000000 | |
| 4 | 1 | 1.0000000 | 316.2277660 | |
| 5 | 0 | 0.1000000 | 316.2277660 | |
| 6 | 0 | 0.0100000 | 316.2277660 | |
| 7 | 0 | 0.0010000 | 316.2277660 | |
| 8 | 0 | 0.0001000 | 316.2277660 | |
| 9 | 0 | 0.0000100 | 316.2277660 | |
| X—X—X—————X—————X | | | | |

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

| X—X—X—————X—————X | | | | |
|-----------------------------|------|-------------|-------------|--|
| $G3 = (X1^2 + X2^2 \geq 1)$ | | | | |
| IT | VIAV | TAU | LAMBDA | |
| X—X—X—————X—————X | | | | |
| 0 | 0 | 10.00000000 | 10.00000000 | |
| 1 | 0 | 1.00000000 | 10.00000000 | |
| 2 | 0 | 0.10000000 | 10.00000000 | |
| 3 | 0 | 0.01000000 | 10.00000000 | |
| 4 | 0 | 0.00100000 | 10.00000000 | |
| 5 | 0 | 0.00010000 | 10.00000000 | |
| 6 | 0 | 0.00001000 | 10.00000000 | |
| 7 | 0 | 0.00000010 | 10.00000000 | |
| 8 | 0 | 0.00000001 | 10.00000000 | |
| 9 | 0 | 0.00000000 | 10.00000000 | |
| X—X—X—————X—————X | | | | |