

Penalização Hiperbolica

Implementação

Requisitos

- ▶ Linux com compilador Fortran (ex.: gfortran) instalado

Problema exemplo

- ▶ Problema a ser resolvido:

$$\begin{cases} \min & f(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 \\ \text{s.t.} & g_1(x) = x_1 \geq 0 \\ & g_2(x) = x_2 \geq 0 \\ & g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1 \end{cases}$$

- ▶ Problema irrestrito correspondente:

$$\begin{cases} \min & FOM(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 + \sum_{i=1}^3 P(g_i(x), \tau, \lambda) \end{cases}$$

- ▶ Função penalidade:

$$P(y, \tau, \lambda) = -\lambda y + \sqrt{\lambda^2 y^2 + \tau^2}$$

Definição das entradas

```
· SUBROUTINE FO ( X, F ) ······  
· FUNCAO OBJETIVO  
· ENTRADAS:  
· ······ REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO ·  
· SAIDA:  
· ······ REAL*8 F : VALOR DA FUNCAO OBJETIVO
```

```
· REAL*8 F, X(2)  
· F= 4*(X(1)-4)*(X(1)-4) + 4*(X(2)+5)*(X(2)+5) · ←  $4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2$   
· RETURN ······  
· END ······
```

```
· SUBROUTINE GFO ( X, GRADF ) ······  
· GRADIENTE DA FC. OBJETIVO ······  
· ENTRADAS:  
· ······ REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO ·  
· ······ INTEGER N : DIMENSAO DE X  
· SAIDA:  
· ······ REAL*8 GRADF : VALOR DE CADA UMA DAS RESTRIÇÕES
```

```
· REAL*8 X(2), GRADF(2) ······  
· GRADF = 0.D0 ······  
· GRADF(1) = 8*X(1) - 32 ······  
· GRADF(2) = 50*X(2) + 250 ······  
· RETURN ······  
· END ······
```

▶ Derivada em x1
▶ Derivada em x2

```

SUBROUTINE FG ( X , G )
C ..... RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE G
C ..... ENTRADAS:
C ..... REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
C ..... SAIDA:
C ..... REAL*8 G : VALOR DE CADA UMA DAS RESTRIÇÕES
C=====
REAL*8 X(2) , G(3)
G(1) = X(1)
G(2) = X(2)
G(3) = X(1)*X(1) + 10*X(2)*X(2) - 1
RETURN
END SUBROUTINE

```

$$g_1(x) = x_1 \geq 0$$

$$g_2(x) = x_2 \geq 0$$

$$g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1$$



```

SUBROUTINE GFG ( X , N , M , GG )
C ..... GRADIENTES DAS RESTRICOES
C ..... ENTRADAS:
C ..... REAL*8 X : PONTO A SER AVALIADO
C ..... SAIDA:
C ..... REAL*8 GG : VALOR DE CADA UMA DAS DERIVADAS DAS RESTRIÇÕES
C ..... A DIMENSAO M POR N
C=====

```

```

REAL*8 X(2) , GG(3,2)
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 1
GG(1,1)=1.D0
GG(1,2)=0.D0
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 2
GG(2,1)=0.D0
GG(2,2)=1.D0
C FUNCAO RESTRICAO NUMERO 3
GG(3,1)=2.D0*X(1)
GG(3,2)=2.D0*X(2)
RETURN

```

Derivada das restrições



A função objetivo modificada

```

SUBROUTINE FOM ( X , N , M , FVALOR )
FC . OBJETIVO MODIFICADA 1
IMPLICIT REAL*8 ( A-H , O-Z )
DIMENSION X ( N ) , G ( M )
CALL FO ( X , FVALOR )
CALL FG ( X , G )
DO ND=1 , M
  FVALOR = FVALOR + FI ( G , ND )
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

```

$$FOM(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 + \sum_{i=1}^3 P(g_i(x), \tau, \lambda)$$



```

SUBROUTINE GFOM ( X , N , M , GRADFOM )
GRADIENTE DA FC . OBJETIVO MODIFICADA
IMPLICIT REAL*8 ( A-H , O-Z )
DIMENSION X ( N ) , GRADF ( N ) , G ( M ) , GG ( M , N )
DIMENSION GRADFOM ( N )
CALL FG ( X , G )
CALL GFO ( X , N , GRADF )
CALL GFG ( X , N , M , GG )
GRADFOM = GRADF
DO ND1=1 , M
  AUX = DFI ( G , ND1 )
  DO ND=1 , N
    GRADFOM ( ND ) = GRADFOM ( ND ) + GG ( ND1 , ND ) *AUX
  ENDDO
ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE


```


A função penalidade

```

·FUNCTION·FI·(·G·,·NI·)·.....
·FUNCAO·PENALIDADE·ESCOLHIDA·.....
·IMPLICIT·REAL*8·(A-H,O-Z)·.....
·COMMON·/PENHIP/·U(200)·,·TAL(200)
·DIMENSION·G(200)
·AUX=U(NI)*G(NI)
·TAL2=TAL(NI)*TAL(NI)·.....
·FI=·-·AUX·+·DSQRT·(·AUX·*·AUX·+·TAL2·)·.....
·RETURN·.....
·END·.....

```



$$P(y, \tau, \lambda) = -\lambda y + \sqrt{\lambda^2 y^2 + \tau^2}$$

```

=====
·FUNCTION·DFI·(·G·,·NI·)·.....
·DERIVADA·DA·FC·PENALIDADE·ESCOLHIDA·.....
·IMPLICIT·REAL*8·(A-H,O-Z)·.....
·COMMON·/PENHIP/·U(200)·,·TAL(200)
·DIMENSION·G(200)·→···
·AUX=U(NI)*G(NI)
·TAL2=TAL(NI)*TAL(NI)
·DFI·=·U(NI)·*·(·-1.D0·+·AUX·/·DSQRT·(·AUX*·AUX·+·TAL2·)·)·.....
·RETURN·.....
·END·.....

```

Loop principal do programa



```

..... DO WHILE (.NOT. CONVERGIU) .....
C MINIMIZA A FUNCAO OBJETIVO MODIFICADA
..... CALL BFGS (FUNMODA1 , N , X , F , G , SCALE , ACC , W) .....
C VERIFICA O NOVO PONTO X
..... CALL FO (X , FPURO) .....
..... CALL FG (X , GRESTR) .....
..... CALL FOM ( X , N , M , FVALOR ) .....
C VERIFICA SE O PONTO ENCONTRATO E VIAVEL
..... INVIABEL = .FALSE.
..... DO ND=1 , M .....
..... INVIAB (ND) = 0
..... IF ( GRESTR (ND) .lt. -EPS5 ) THEN
..... INVIABEL = .TRUE.
..... INVIAB (ND) = 1
..... ENDIF
..... ENDDO
C ATUALIZACAO DOS PARAMETROS DA PENALIDADE
..... DO ND=1 , M .....
..... IF ( INVIAB (ND) == 0 ) THEN !reducao da penalidade
..... U (ND) = U (ND)
..... TAL (ND) = TAL (ND) / REDUC_TAL
..... ELSE ! aumenta angulo
..... U (ND) = AUMENT_U * U (ND)
..... TAL (ND) = TAL (ND)
..... ENDIF
..... ENDDO
C CRITERIO DE PARADA

```

Resultados

RELATORIO DE CONVERGENDIA DO ALGORITMO DE PEENALIDADE HIPERBOLICA

IT	X1	X2	F	FOM	INVIAB
0	10.0000000	10.0000000	1044.0000000	1045.0225123	FALSE
1	5.0614134	-3.5901920	12.4566278	86.7353724	TRUE
2	5.0614134	-3.5901920	12.4566278	239.9710400	TRUE
3	6.2259583	0.0947388	123.6450164	127.9463661	FALSE
4	3.3016529	-0.0438714	100.2035963	109.0904116	TRUE
5	4.9613833	0.0043550	103.8713068	104.1960762	FALSE
6	3.9635260	0.0005674	100.0280203	100.0540035	FALSE
7	3.9635266	0.0000358	100.0067524	100.0105382	FALSE
8	3.9999924	0.0000009	100.0000355	100.0007933	FALSE
9	3.9999924	0.0000006	100.0000227	100.0000487	FALSE

$$\begin{cases}
 \min & f(x) = 4(x_1 - 4)^2 + 4(x_2 + 5)^2 \\
 \text{s.t.} & g_1(x) = x_1 \geq 0 \\
 & g_2(x) = x_2 \geq 0 \\
 & g_3(x) = x_1^2 + x_2^2 \geq 1
 \end{cases}$$

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

X-----X-----X				
G1 = (X1 >= 0)				
IT	VIAV	TAU	LAMBDA	
X	X	X	X	X
0	0	10.00000000	10.00000000	
1	0	1.00000000	10.00000000	
2	0	0.10000000	10.00000000	
3	0	0.01000000	10.00000000	
4	0	0.00100000	10.00000000	
5	0	0.00010000	10.00000000	
6	0	0.00001000	10.00000000	
7	0	0.00000010	10.00000000	
8	0	0.00000001	10.00000000	
9	0	0.00000000	10.00000000	
X	X	X	X	X

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

X—X—X—————X—————X				
G2 = (X2 >= 0)				
IT	VIAV	TAU	LAMBDA	
X—X—X—————X—————X				
0	0	10.0000000	10.0000000	
1	1	10.0000000	31.6227766	
2	1	10.0000000	100.0000000	
3	0	1.0000000	100.0000000	
4	1	1.0000000	316.2277660	
5	0	0.1000000	316.2277660	
6	0	0.0100000	316.2277660	
7	0	0.0010000	316.2277660	
8	0	0.0001000	316.2277660	
9	0	0.0000100	316.2277660	
X—X—X—————X—————X				

RELATORIO DO COMPORTAMENTO DOS PARAMETROS DE PENALIDADE POR RESTRICAO

X—X—X—————X—————X				
$G3 = (X1^2 + X2^2 \geq 1)$				
IT	VIAV	TAU	LAMBDA	
X—X—X—————X—————X				
0	0	10.00000000	10.00000000	
1	0	1.00000000	10.00000000	
2	0	0.10000000	10.00000000	
3	0	0.01000000	10.00000000	
4	0	0.00100000	10.00000000	
5	0	0.00010000	10.00000000	
6	0	0.00001000	10.00000000	
7	0	0.00000010	10.00000000	
8	0	0.00000001	10.00000000	
9	0	0.00000000	10.00000000	
X—X—X—————X—————X				