



# **CÁLCULO DE REDES DE TUBULAÇÕES COM ANÉIS UTILIZANDO MÉTODOS DIRETOS DE OTIMIZAÇÃO COMO CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA**

RAONI, R.L.B, SECCHI, A. R. e BISCAIA, E.C.

Universidade Federal do Rio de Janeiro, PEQ-COPPE  
E-mail para contato: rafael\_raoni@hotmail.com.br

**RESUMO** – Neste trabalho é proposto um método para o cálculo de redes industriais de tubulação com anéis a partir de técnicas diretas de otimização. A partir da estrutura criada para o problema, em função da complexidade da rede, a busca pelo ponto ótimo de operação pode recair em um problema de otimização monovariável ou multivariável. Para a aplicação do método, utilizou-se como variáveis de busca as frações das correntes que se dividiam em um nó e como função objetivo uma equação que atende às condições de balanço de massa e igualdade de pressão das correntes de entrada e saída em um nó e a equação de perda de carga em todos os condutos da rede. O método desenvolvido foi capaz de resolver problemas de rede, mesmo que os sentidos dos fluxos nos condutos fossem inicialmente desconhecidos.

## **1. INTRODUÇÃO**

Problemas de redes de tubulações industriais que, a partir de um ou alguns fornecedores, alimentam um determinado produto a vários destinos, são comuns na área de engenharia. Uma das dificuldades deste cálculo se dá quando a rede é projetada formando um anel de tubulações, em que é necessária a determinação da vazão em cada trecho sujeito a algumas condições.

Arranjos de tubulações com anel também são encontrados em grande parte das instalações industriais, como by-pass de equipamentos ou válvulas, o que torna este problema muito comum. Em qualquer instalação em que as tubulações formem um anel, o problema da determinação da vazão, em função da relação não linear desta com a perda de carga na tubulação, recai na resolução de um sistema não linear de equações algébricas.

Métodos para a resolução de sistemas não lineares de equações algébricas, como o método de Newton-Raphson, são amplamente conhecidos e utilizados, apesar disto, em função da dificuldade de convergência, diversas outras soluções foram propostas na literatura para o problema de rede com anel, como Krope e Trop (2000) e Shacham (1984) que propuseram linearizações das equações; e Dejan (2008) que propôs com base no método de Newton-Raphson uma melhoria no método de Hardy Cross de 1936 (Streeter e Wylie, 1982), método mais consagrado e utilizado atualmente, que consiste em um processo iterativo governado pelo atendimento do balanço de massa em cada nó e pela lei que diz que a soma algébrica da perda de carga em qualquer círculo de tubulações da rede deve ser zero.

A partir do exposto, o presente trabalho visa apresentar uma nova metodologia de cálculo, totalmente independente das encontradas na literatura atual, que consiste em aumentar o grau de liberdade do sistema de equações e utilizar métodos direto de otimização para a resolução do problema.

Com o uso do simulador de processos EMSO (Soares e Secchi, 2003) e o programa MATLAB® foram realizadas simulações de diferentes redes a fim de se testar a metodologia.

## **2. METODOLOGIA**

Para a determinação do ponto de operação da rede, esta deve estar sujeita às seguintes condições (Streeter e Wylie, 1982):

- O balanço de massa deve ser satisfeito em cada nó;
- A pressão de todas as tubulações que chegam a um nó deve ser igual à pressão de todas as tubulações que saem deste nó;
- A equação de perda de carga deve ser satisfeita em cada conduto; isto é, uma relação específica entre perda de carga e vazão deve existir para cada conduto.

Sendo um nó o ponto em que tubulações se encontram e/ou se dividem.

Neste contexto, as equações de igualdade das pressões nos nós da rede foram retiradas do sistema original do problema, aumentando assim seu grau de liberdade, sendo possível a elaboração de modelos distintos e genéricos para as perdas de carga em tubulações e para o balanço de massa nos nós. Este aumento do grau de liberdade do problema facilitou a modelagem da rede com anéis com o uso de tais modelos independentes, já que estes puderam ser desenvolvidos de forma não específicas para o problema em questão.

Entretanto, para o problema ser resolvido através de técnicas de otimização, foi desenvolvida uma função objetivo, definida como o quadrado da diferença das pressões de chegada das tubulações aos diferentes nós, que, ao ser minimizada, encontra a vazão de todas as tubulações pertencentes à rede, satisfazendo assim a igualdade das pressões nos nós.

Com isso, redes foram simuladas no EMSO, variando as vazões das tubulações a fim de se verificar seu ponto de operação (igualdade das pressões de chegada aos nós) como sendo o mínimo da função objetivo desenvolvida, sendo estas redes também simuladas no MATLAB, para a determinação de tal ponto através de diferentes técnicas de otimização.

### **2.1 Modelagem no EMSO**

A partir da estrutura de programação disponível no simulador de processos EMSO (Soares e Secch, 2003) foi desenvolvido um modelo para tubulação, que utilizou a equação empírica de Hazen-Williams, que relaciona a queda de pressão devido à fricção com a vazão de água e o diâmetro e rugosidade da tubulação (Ezequiel e Falco, 1998), para o cálculo da perda de carga; e um modelo para o nó, capaz de unir quantas correntes fossem necessárias e

separar toda vazão de entrada em quantas correntes de saída fossem determinadas, sendo necessária a especificação de suas frações com relação à vazão total de entrada.

A partir destes modelos é possível a elaboração de qualquer tipo de rede, sendo tal estrutura ainda não capaz de satisfazer a condição de igualdade de pressões nos nós, com isso, através da variação das vazões das tubulações, é possível verificar diferentes condições para a rede como sendo ou não seu ponto de operação, ou seja, condições de vazões nas tubulações em que foram ou não satisfeitas a igualdade de pressão nos nós.

## 2.2 Implementações no MATLAB

Diferentes técnicas de otimização mono e multivariáveis encontram-se inseridas no ambiente de programação do MATLAB (Secchi e Biscaia, 2011) e, para possibilitar o melhor estudo destas na resolução do problema de rede, este também foi inserido no software.

As rotinas de cálculos foram desenvolvidas a fim de atender o balanço de massa em cada nó, a perda de carga nos condutos a partir da equação de Hazen-Williams, sendo água o fluido a ser escoado na rede, e a da igualdade entre as pressões que chegam e saem de um nó, através da função objetivo.

A partir destas implementações, foi possível a busca do ponto mínimo da função objetivo com o uso das diferentes técnicas de otimização para diferentes redes estudadas e da confirmação deste resultado como sendo o ponto de operação da rede com o uso dos modelos criados no EMSO, simulando a rede de forma estacionária.

## 3. RESULTADOS

### 3.1 Problema de Otimização Monovariável – Anel Simplex

#### 3.1.1 Verificação do ponto de operação no EMSO

Para a verificação do ponto de operação de uma rede com anel simples, esta foi simulada variando a vazão dos pipes 2 e 3 no simulador EMSO. Sua estrutura é apresentada na Figura 1.

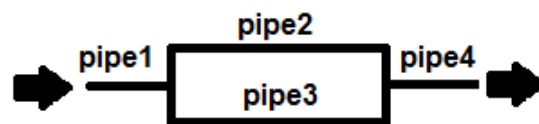


Figura 1 – Rede com anel simples.

O objetivo da simulação foi verificar o ponto em que a pressão final do pipe3 se igualava a pressão final do pipe2 podendo-se assim determinar a vazão de operação de cada uma destas linhas. Na Tabela 1 são apresentados parâmetros utilizados na simulação.



Tabela 1 - Parâmetros da simulação da rede

<i>Parâmetros da simulação</i>	
Modelo Termodinâmico	Peng-Robinson
P inicial	10 kgf/cm <sup>2</sup>
Temp	300 K
Fw (pipe1)	20000 kg/h
C (Coef de rugosidade HW)	120
Lpipe (para os 4 pipes)	100 m
Dpipe (para os pipes 1 e 4)	8 in
Rugosidade (para os 4 pipes)	0,0018 in
D pipe (para os pipes 2 e 3)	2 in

Como as tubulações pipe2 e pipe3 são idênticas, espera-se que o ponto de operação para a rede, ou seja, ponto em que a pressão final do pipe2 e do pipe3 se igualam, ocorra quando a corrente vinda do pipe1 se divida ao meio.

Para a verificação deste ponto como sendo o mínimo da função objetivo desenvolvida, simulou-se a rede variando a fração da corrente de saída do pipe1 para o pipe2 entre os valores de zero e um, sendo o seu complemento, atendendo o balanço de massa, enviado para o pipe3.

Na Figura 2 é apresentado o gráfico da função objetivo, em função da fração da corrente de saída do pipe1.

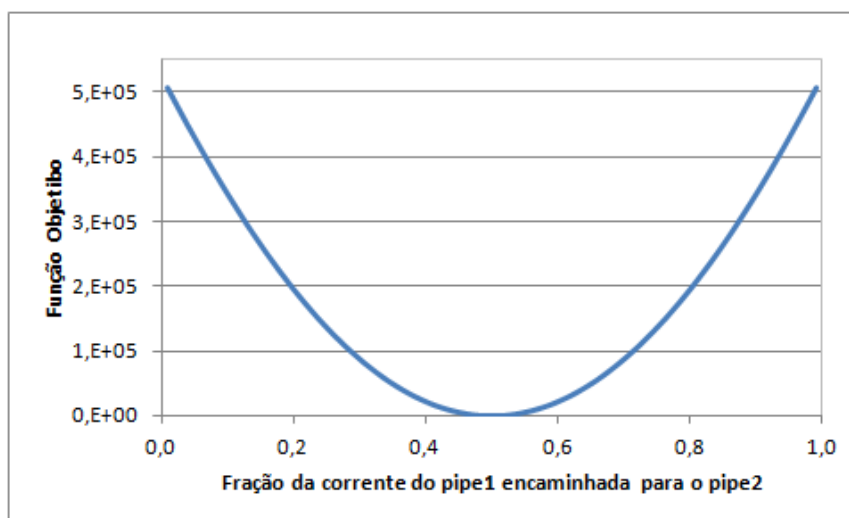


Figura 2 – Função Objetivo em função da fração de saída do pipe1.

Este gráfico mostra que, inicialmente, a diferença entre as pressões finais do pipe2 e pipe3 é elevada e que gradativamente vai diminuindo, em função do aumento da fração da corrente do pipe1 enviada para o pipe2, até chegar a um mínimo, ponto em que a pressão final do pipe2 se iguala à pressão final do pipe3 e a função objetivo chega a zero, a partir daí a curva começa a subir até retornar ao seu valor inicial, o que representa o afastamento do ponto

de operação da rede em função do aumento exagerado da fração de corrente do pipe1 encaminhada para o pipe2, se afastando assim do ponto de operação.

A partir deste resultado, foi possível verificar que o mínimo da função objetivo desenvolvida, representa o ponto em que as vazões são tais que as pressões de saída das diferentes tubulações que chegam a esse nó se igualam (ponto de operação), possibilitando assim a determinação deste ponto a partir de técnicas de otimização diretas.

### 3.1.2 Determinação do ponto de operação

Para a obtenção do ponto de operação do exemplo simulado no EMSO mostrado acima, foi utilizado o método de otimização monovariável Coggins, já que, a princípio, com o objetivo da simulação de encontrar as vazões do pipe2 e pipe3, o balanço de massa do problema reduziu as variáveis de busca de dois para um (fração da corrente do pipe1 destinada ao pipe2). O problema teve como resultado o valor de 0,5 para a fração da corrente que sai do pipe1 para o pipe2.

A partir da simulação estacionária no EMSO, tal problema apresentou como resultado o valor de 0,64 kgf/cm<sup>2</sup> para perda de carga do pipe2 e pipe3. Este resultado foi obtido sem o uso de uma equação de igualdade para as pressões de chegada ao nó, utilizando-se a fração da vazão do pipe1 para o pipe2 igual a 0,5.

## 3.2 Problemas de Otimização Multivariáveis

### 3.2.1 Rede com mais de um anel

Para este exemplo imaginou-se uma configuração de rede conforme apresentado na Figura 3.

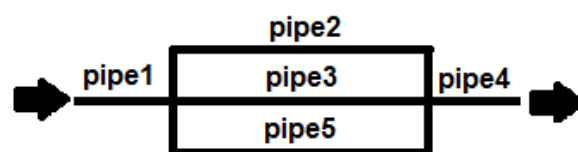


Figura 3 – Rede com mais de um anel.

Foram utilizados os mesmos valores dos parâmetros dos pipes1, pipe2, pipe3 e pipe4, para as condições do fluido e para a equação de estado do problema de anel simples, e foi adotado um valor de 100 m para o comprimento e de 2 in para o diâmetro do pipe5.

A partir de uma análise empírica, pode-se chegar à conclusão de que a vazão do pipe1 deve se dividir igualmente para cada uma das três tubulações, tornando assim a fração da vazão para cada um desses tubos igual a 1/3, sendo este o ponto ótimo esperado como resposta da otimização.

Este ponto de operação foi simulado de forma estacionária no EMSO, não sendo utilizada equação de igualdade de pressão nos nós, mas sim a definição da corrente em cada

tubulação conforme resposta esperada, obtendo-se o valor de  $0,30 \text{ kgf/cm}^2$  para perda de carga dos pipe2, pipe3 e pipe5 conforme esperado.

Montando o problema no MATLAB de forma análoga ao de rede com anel simples, se tornando um problema com dois graus de liberdade, este pôde ser resolvido a partir do método de otimização multivariável Poliedros Flexíveis, rotina já disponível no ambiente de programação do MATLAB e descrita em Secchi e Biscaia (2011).

Foi utilizado como chute inicial o valor de 0,1 para as variáveis de busca, sendo seu domínio de busca o intervalo entre zero e um. Os resultados das simulação são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados da simulação da rede com anel com três saídas

Método	Variáveis de Busca	Valor da Função Objetivo	Número de Iterações
Poliedros Flexíveis	0,3334 e 0,3333	1.9710e-008	56

A partir destes resultados, conclui-se que a resposta esperada foi obtida a partir do métodos de otimização testado, tendo apresentado como perda de carga para o pipe2, pipe3 e pipe5 o valor de  $0,30 \text{ kgf/cm}^2$ .

### 3.2.2 Rede com mais de um anel com indeterminação do sentido do fluxo – Caso 1

Nos exemplos apresentados até aqui, era possível a identificação do sentido do fluxo sem a necessidade de uma abordagem matemática da rede; em todos os exemplos, o fluxo tinha sentido da direita para a esquerda. Neste novo exemplo, foi selecionada uma rede, obtida a partir de Streeter *et al.* (1982), em que não é possível a determinação do sentido do fluxo de uma de suas tubulações de forma empírica. A configuração da rede é apresentada na Figura 4.

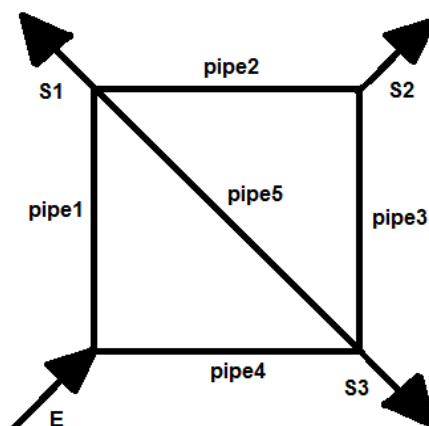


Figura 4 – Rede com anel 2.

Para facilitar o estudo da rede, foram escolhidos para a simulação os parâmetros apresentados na Tabela 3.



Tabela 3 - Parâmetros da simulação da rede com anel 2

<i>Parâmetros da simulação</i>	
P inicial	10 kgf/cm <sup>2</sup> g
Fw (na entrada E)	1000 kg/h
Fw (na saída S1)	200 kg/h
Fw (na saída S2)	300 kg/h
Fw (na saída S3)	500 kg/h
C (Coef de rugosidade HW)	120
Lpipe (para os 5 tubos)	[100 100 48,5 100,5 10] m <sup>1</sup>
Dpipe (para os 5 tubos)	[1 1 1 1 1] in <sup>1</sup>
Massa específica	1000 kg/m <sup>3</sup>

<sup>1</sup>informação referente ao pipe1, pipe2, pipe3, pipe4 e pipe5 respectivamente.

Como esta configuração de rede apresenta cinco tubulações diferentes, o objetivo da simulação foi determinar a vazão e sentido do fluxo para cada uma delas de forma a atender os critérios já apresentados para o problema.

Como feito anteriormente, para possibilitar a modelagem da rede no MATLAB, entretanto agora sabendo da possibilidade de erro, inicialmente foi definido um sentido para o fluxo em cada tubulação. Na Tabela 4 é apresentado o sentido de cada tubulação da rede.

Tabela 4 - Sentidos escolhidos para os fluxos no Caso 1

Pipe1	Pipe2	Pipe3	Pipe4	Pipe5
↑	→	↑	→	↓→

A partir das especificações deste novo problema, foi possível identificar dois nós em que diferentes tubulações se encontram: o nó de encontro dos pipe4 e pipe5 e dos pipe2 e pipe3. Com isso, lembrando-se do balanço de massa, a variação da vazão em uma única tubulação gera uma perturbação em toda rede, influenciando a resolução de ambos os nós.

Reduzindo-se as variáveis de busca do problema de forma a satisfazer o balanço de massa, que inicialmente são cinco (frações representantes das vazões das cinco tubulações), foi possível a resolução do problema a partir da busca de apenas duas das frações, mantendo-se assim este um problema de otimização multivariável.

Como chute inicial foi adotado para ambas as variáveis de busca o valor de 0,1, para função objetivo uma função que engloba o quadrado da diferença das pressões de chegada das diferentes tubulações aos dois nós, e agora, como há possibilidade de definição errônea no sentido do fluxo, para o intervalo de busca valores entre -1 e 1.

Os resultados obtidos na resolução do problema a partir do método dos Poliedros Flexíveis são apresentados na Tabela 5.





Tabela 5 - Resultados obtidos para a rede com anel 2 (Caso 1)

<i>Resultados da simulação</i>			
P <sub>final</sub> pipe1	9,9369	Fw pipe2	203,4
P <sub>final</sub> pipe2	9,9250	Fw pipe3	296,6
P <sub>final</sub> pipe3	9,9250	Fw pipe4	500,0
P <sub>final</sub> pipe4	9,9366	Fw pipe5	96,6
P <sub>final</sub> pipe5	9,9366	Valor da F.O.	$1,1074 \times 10^{-11}$
Fw pipe1	500,0	Nº de Iterações	79

A partir destes resultados, foi possível verificar que o método foi bem sucedido na resolução do problema, atendendo o balanço de massa, eliminando a diferença entre as pressões finais das linhas de entrada dos nós e consequentemente atendendo as condições de pressão nos nós; obtendo inclusive um valor muito pequeno para a função objetivo com baixo número de iterações.

### 3.2.3 Rede com mais de um anel com indeterminação do sentido do fluido – Caso 2

Para este exemplo, foi adotada a mesma rede do exemplo anterior (item 3.2.2), porém, com outra definição inicial do sentido do fluxo no pipe5. Todas as definições do sentido das correntes da simulação são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Sentidos escolhidos para os fluxos no Caso 2

Pipe1	Pipe2	Pipe3	Pipe4	Pipe5
↑	→	↑	→	↑←

Com esta configuração, os nós que devem ser satisfeitas as condições de pressão passaram a ser os nós de encontro dos pipe2 e pipe3 e dos pipe5 e pipe1. Utilizando uma função objetivo análoga a utilizada no exemplo anterior, a rede foi simulada sendo seus resultados apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Resultados obtidos para a rede com anel 2 (Caso 2)

<i>Resultados da simulação</i>			
Pf pipe1	9,9369 kgf/cm <sup>2</sup>	Fw pipe2	203,4 kg/h
Pf pipe 2	9,9250 kgf/cm <sup>2</sup>	Fw pipe3	296,6 kg/h
Pf pipe 3	9,9250 kgf/cm <sup>2</sup>	Fw pipe4	500,0 kg/h
Pf pipe 4	9,9366 kgf/cm <sup>2</sup>	Fw pipe5	-96,6 kg/h
Pf pipe 5	9,9369 kgf/cm <sup>2</sup>	Valor da F.O.	$2,0105 \times 10^{-11}$
Fw pipe1	500,0 kg/h	Nº de Iterações	75

Analisando os resultados, foi possível verificar que não houve diferença entre o obtido no exemplo anterior, a não ser o sinal negativo para a vazão mássica do pipe5. Tal diferença era esperada, já que a definição inicial do sentido do fluxo na tubulação foi contrária ao seu sentido no ponto de operação da rede, logo este valor negativo é equivalente ao sentido do fluxo obtido para o Caso 1.



Estes resultados mostram que a metodologia desenvolvida foi bem sucedida para a obtenção do ponto de operação da rede proposta, independentemente da definição inicial do sentido do fluxo para o pipe5.

A definição inicial do sentido do fluxo das tubulações é de extrema importância para a elaboração da função objetivo da simulação e determina o sinal da vazão da corrente obtido como resposta, sendo positivo caso esta seja igual ao sentido do fluxo no ponto de operação da rede e negativo caso não.

#### **4. CONCLUSÕES**

A partir das simulações realizadas com a estrutura desenvolvida para o problema de rede com anel, foi possível verificar que a dificuldade de resolução está na obtenção das diferentes vazões que chegam a um nó, sujeito à condição em que, neste ponto, as pressões dessas diferentes tubulações sejam iguais. Com isso, o quadrado da diferença das pressões de chegada a estes nós foi utilizado como função objetivo, sendo esta dificuldade resolvida a partir de técnicas de otimização diretas.

Como pode ser observado, foram utilizados métodos de otimização sem restrição, em função da estrutura desenvolvida para o problema e diretos, o que facilitou sua resolução por não demandar o cálculo de derivadas.

Para a busca do ponto de operação de uma rede que apresenta apenas um nó com duas tubulações de entrada, conforme apresentado no item 3.1.2, foi possível verificar que o problema recaiu em uma busca monovariável sendo resolvido de forma satisfatória pelo método de Coggins.

Para a simulação de uma rede que apresenta um nó em que há mais de duas tubulações de entrada ou que apresente mais de um nó em que diferentes tubulações se encontram, foi necessária a utilização de método de otimização multivariável, já que o número de variáveis de busca para o problema se manteve maior do que um.

Na simulação em que há mais de duas tubulações de entrada em um único nó, conforme apresentado no item 3.2.1, foi verificado que o problema foi facilmente resolvido pelo método de otimização multivariável Poliedros Flexíveis.

Na simulação em que a rede apresenta mais de um nó de encontro de diferentes tubulações, conforme apresentado nos itens 3.2.2 e 3.2.3, foi possível testar a metodologia desenvolvida quando não é possível a determinação empírica do sentido do fluxo em todas as tubulações. Com isso, o sentido de uma das linhas foi determinado inicialmente das duas maneiras possíveis, obtendo-se o mesmo resultado final para as duas simulações.

Estas duas últimas simulações mostraram que a técnica tem capacidade de resolução de problemas de redes ainda mais complexas, em função da possibilidade da obtenção de uma das vazões com valores negativos, o que significaria que o sentido da vazão no ponto de operação da rede se dá no sentido contrário do indicado inicialmente, e em função da resolução da rede como um todo, mesmo que essa apresente mais de um nó com encontros de tubulações.

A partir destes resultados foi possível verificar que a metodologia desenvolvida condensa a particularidade do problema de rede de tubulações com anel na obtenção do ponto ótimo da função objetivo desenvolvida, o que facilita a modelagem da rede, se tornando uma vantagem ao se tentar integrar a modelagem e a resolução deste problema com modelagens de outras instalações industriais, facilitando também sua implementação em simuladores, que, não necessariamente, tem como finalidade a resolução de apenas este tipo de problema.

## **6. REFERÊNCIAS**

STREETER, V. L.; WYLIE, E.B. *Mecânica dos Fluidos 7ª Edição*. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1982.

EZEQUIEL, E. M.; FALCO R. *Bombas Industriais 2ª Edição*. Rio de Janeiro: Editora Interciência 1998.

SECCHI, A. R.; BISCAIA, E.C. *Otimização de Processos-COQ-897*. Programa de Engenharia Química – COPPE/UFRJ, 2011.

SOARES, R. P., SECCHI, A. R. EMSO: A New Environment for Modeling, Simulation and Optimization. *Anais do 13th European Symposium on Computer Aided Process Engineering, Laaperanta, Finlândia, 947-952, 2003*.

SACHAM, M: Decomposition of Systems of Nonlinear Algebraic Equations. *AIChE Journal Volume 30, Issue 1, pages 92–99, 1984*.

KROP, J.; TROP, P; GORICANEC, D. Flow-pressure analysis of loop gas networks. *International Journal Of Systems Applications, Engineering & Development Issue 4, Volume 5, 2011*.

BRKIC, D. An improvement of Hardy Cross method applied on looped spatial natural gas distribution networks. *Applied Energy journal homepage: [www.elsevier.com/locate/apenergy](http://www.elsevier.com/locate/apenergy), 2008*.