## Primeiro Exercício da Lista de Interpolação

$TOL := 10^{-9}$

Busque uma expressão de segundo grau e outra de terceiro grau que *melhor* aproximam a função $x^4$ no intervalo $2 \le x \le 8$. Analise e discuta seus resultados confrontado-os graficamente

Solução no MATHCAD:

Mudança de variável: x [2, 8] para z [-1, 1]

$X(z) := 3 \cdot z + 5 \qquad Z(x) := \frac{x-5}{3}$

$f(z) := X(z)^4 \qquad P_4(z) := f(z) \text{ expand } \rightarrow 81 \cdot z^4 + 540 \cdot z^3 + 1350 \cdot z^2 + 1500 \cdot z + 625$

$$C := P_4(z) \text{ coeffs } \rightarrow \begin{pmatrix} 625 \\ 1500 \\ 1350 \\ 540 \\ 81 \end{pmatrix}$$

**Aproximação de Terceiro Grau**

a) Simples Truncamento

$$P_{3t}(z) := \sum_{i=0}^{3} \left(C_i \cdot z^i\right) \qquad E_{3t}(z) := f(z) - P_{3t}(z) \qquad MSE_{3t} := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_{3t}(z)^2 \, dz \qquad ER_{3t}(z) := \frac{E_{3t}(z)}{f(z)} \cdot 100$$

b) Telescopagem

$$Tn_4(z) := z^4 - z^2 + \frac{1}{8} \qquad E_3(z) := C_4 \cdot Tn_4(z) \qquad MSE_3 := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_3(z)^2 \, dz \qquad ER_3(z) := \frac{E_3(z)}{f(z)} \cdot 100$$

$$P_3(z) := P_4(z) - E_3(z) \qquad P_3(z) \rightarrow 540 \cdot z^3 + 1431 \cdot z^2 + 1500 \cdot z + \frac{4919}{8}$$

$$D := P_3(z) \text{ coeffs } \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{4919}{8} \\ 1500 \\ 1431 \\ 540 \end{pmatrix}$$

c) Polinômio de Jacobi

$$r4 := \begin{pmatrix} -0.861136311594 \\ -0.339981043585 \\ 0.339981043585 \\ 0.861136311594 \end{pmatrix}$$ Raízes de $P_4^{(0,0)}(z)$

$$Pn_4(z) := \prod_{i=0}^{3} \left(z - r4_i\right)$$ Polinômio Nodal

$$dP_4(z) := \frac{d}{dz} Pn_4(z) \qquad L_3(i,z) := \frac{Pn_4(z)}{\left(z - r4_i\right) \cdot dP_4\left(r4_i\right)}$$ Interpoladores de Lagrange

$$P_{3J}(z) := \sum_{i=0}^{3} \left(L_3(i,z) \cdot f\left(r4_i\right)\right) \qquad P_{3J}(z) \text{ collect } \rightarrow 540.0 \cdot z^3 + 1419.4285714285720106 \cdot z^2 + 1500.0 \cdot z + 618.05714285713783$$

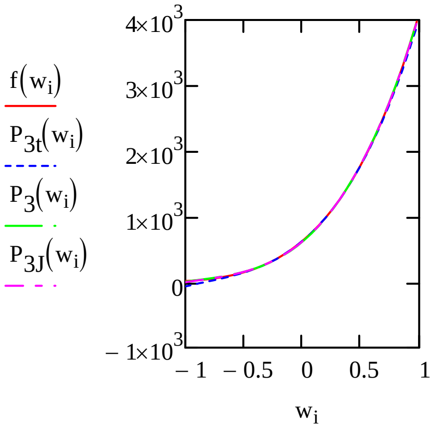
$$E_{3J}(z) := f(z) - P_{3J}(z) \qquad MSE_{3J} := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_{3J}(z)^2 \, dz \qquad ER_{3J}(z) := \frac{E_{3J}(z)}{f(z)} \cdot 100$$

$E_{3t}(1) = 81 \qquad E_{3t}(-1) = 81 \qquad MSE_{3t} = 729$

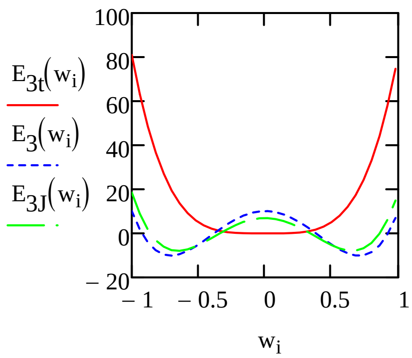
$E_3(1) = 10.125 \qquad E_3(-1) = 10.125 \qquad MSE_3 = 50.444$

$E_{3J}(1) = 18.514 \qquad E_{3J}(-1) = 18.514 \qquad MSE_{3J} = 38.087$

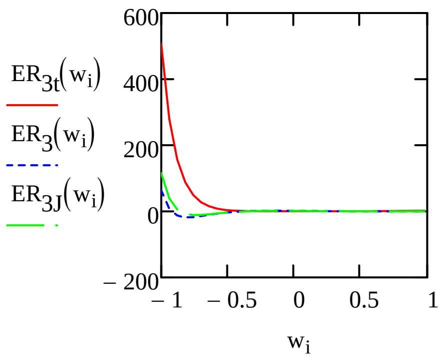
$i := 0,3..100 \quad w_i := -1 + \frac{i}{50}$




Erro Absoluto




Erro Relativo %




$P_{3t}(Z(x)) \text{ collect } \rightarrow 20 \cdot x^3 - 150 \cdot x^2 + 500 \cdot x - 625$

$P_3(Z(x)) \text{ collect } \rightarrow 20 \cdot x^3 - 141 \cdot x^2 + 410 \cdot x - \frac{3281}{8}$

$P_{3J}(Z(x)) \text{ collect } \rightarrow 19.9999999999999999 \cdot x^3 - 142.2857142857142105 \cdot x^2 + 422.85714285714221046 \cdot x - 439.0857142857171$

**Aproximação de Segundo Grau**

a) Simples Truncamento

$P_{2t}(z) := \sum_{i=0}^{2} \left( C_i \cdot z^i \right) \qquad E_{2t}(z) := f(z) - P_{2t}(z) \qquad MSE_{2t} := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_{2t}(z)^2 \, dz \qquad ER_{2t}(z) := \frac{E_{2t}(z)}{f(z)} \cdot 100$

b) Telescopagem

$Tn_3(z) := z^3 - \frac{3}{4} \cdot z \qquad E_2(z) := D_3 \cdot Tn_3(z) + E_3(z) \qquad MSE_2 := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_2(z)^2 \, dz \qquad ER_2(z) := \frac{E_2(z)}{f(z)} \cdot 100$

$P_2(z) := P_3(z) - D_3 \cdot Tn_3(z) \qquad P_2(z) \rightarrow 1431 \cdot z^2 + 1905 \cdot z + \frac{4919}{8}$

$E := P_2(z) \text{ coeffs } \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{4919}{8} \\ 1905 \\ 1431 \end{pmatrix}$

c) Polinômio de Jacobi

$r3 := \begin{pmatrix} -0.774596669241 \\ 0 \\ 0.774596669241 \end{pmatrix}$ Raízes de $P_3^{(0,0)}(z)$

$Pn_3(z) := \prod_{i=0}^{2} \left( z - r3_i \right)$ Polinômio Nodal

$dP_3(z) := \frac{d}{dz} Pn_3(z) \qquad L_2(i,z) := \frac{Pn_3(z)}{\left( z - r3_i \right) \cdot dP_3\left( r3_i \right)}$ Interpoladores de Lagrange

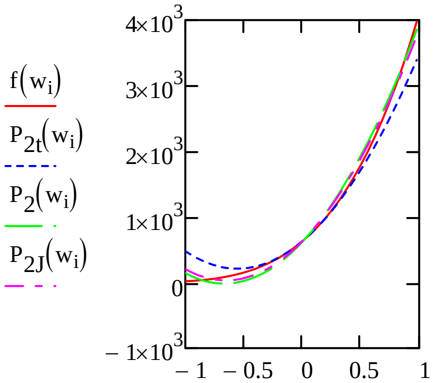
$P_{2J}(z) := \sum_{i=0}^{2} \left( L_2(i,z) \cdot f\left( r3_i \right) \right) \qquad P_{2J}(z) \text{ collect } \rightarrow 1398.5999999999393436 \cdot z^2 + 1823.999999999595624 \cdot z + 625.0$

$E_{2J}(z) := f(z) - P_{2J}(z) \qquad MSE_{2J} := \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} E_{2J}(z)^2 \, dz \qquad ER_{2J}(z) := \frac{E_{2J}(z)}{f(z)} \cdot 100$

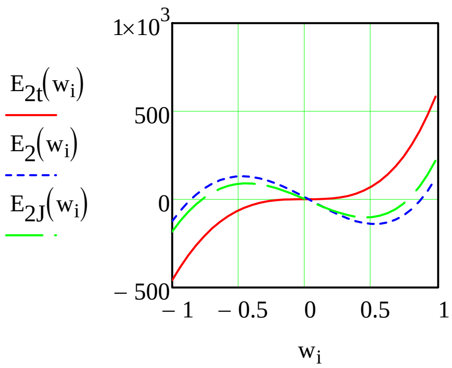
$E_{2t}(1) = 621 \quad E_{2t}(-1) = -459 \quad MSE_{2t} = 42386.143$

$E_2(1) = 145.125 \quad E_2(-1) = -124.875 \quad MSE_2 = 8902.587$

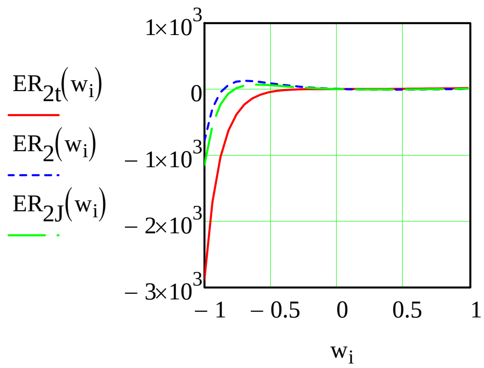
$E_{2J}(1) = 248.4 \quad E_{2J}(-1) = -183.6 \quad MSE_{2J} = 6741.792$




Erro Absoluto




Erro Relativo %




$P_{2t}(Z(x))\ \text{collect} \rightarrow 150\cdot x^2 - 1000\cdot x + 1875$

$P_2(Z(x))\ \text{collect} \rightarrow 159\cdot x^2 - 955\cdot x + \frac{11319}{8}$

$P_{2J}(Z(x))\ \text{collect} \rightarrow 155.39999999999326039\cdot x^2 - 946.00000000006739598\cdot x + 1470.00000000050547$

## Segundo Exercício da Lista de Interpolação

## Aproximação de Menor Grau da Exponencial - $|E|<10^{-2}$

1. Aproxime a função $e^x$ no intervalo: $0 \le x \le +2$ por um polinômio de menor grau em x, em que se assegura que o módulo do erro seja menor do que.$10^{-2}$.

**CONSIDERANDO A NORMALIZAÇÃO : z = x-1**

$f(z) := e\cdot e^z$

$\frac{e}{10!} = 7.491 \times 10^{-7}$

**Por aproximações das potências de y superior a 3 por polinômios de Chebyshev**

$Erro_{parcela} := \frac{e}{10!} + \frac{1}{9!}\cdot\frac{46}{256} + \frac{1}{8!}\cdot\frac{37}{128} + \frac{1}{7!}\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{6!}\cdot\frac{7}{32} + \frac{1}{5!}\cdot\frac{1}{16} + \frac{1}{4!}\cdot\frac{1}{8} \qquad Erro_{parcela} = 0.006$

$$1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3!} + \frac{1}{4!}\cdot\left[\frac{4\cdot(2\cdot z^2 - 1) + 3}{8}\right] + \frac{1}{5!}\cdot\left[\frac{5\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 10\cdot z}{16}\right] + \frac{1}{6!}\cdot\frac{15\cdot(2\cdot z^2 - 1) + 10}{32} + \frac{1}{7!}\cdot\left[\frac{21\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 35\cdot z}{64}\right] \cdots + \frac{1}{8!}\cdot\frac{56\cdot(2\cdot z^2 - 1) + 35}{128} + \frac{1}{9!}\cdot\left[\frac{84\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 126\cdot z}{256}\right]$$

$$c := \begin{pmatrix} \frac{733277}{737280} \\ \frac{147059}{147456} \\ \frac{25021}{46080} \\ \frac{49033}{276480} \end{pmatrix}$$

$P_3(z) := \sum_{i=0}^{3} (c_i\cdot z^i)$

$P_3(1) = 2.712$

$Erro_{maximo} = f(1) - P_3(1)^2 = (P_3(1) + Erro_{parcela})^2 - P_3(1)^2$

$Erro_{maximo} := Erro_{parcela}\cdot(Erro_{parcela} + 2\cdot P_3(1)) \qquad Erro_{maximo} = 3.29 \times 10^{-2}$ Módulo do Erro Máximo **maior** do que o admissível

**Por aproximações das potências de y superior a 4 por polinômios de Chebyshev**

$$Erro_{parcela} := \frac{e}{10!} + \frac{1}{9!}\cdot\frac{46}{256} + \frac{1}{8!}\cdot\frac{9}{128} + \frac{1}{7!}\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{6!}\cdot\frac{1}{32} + \frac{1}{5!}\cdot\frac{1}{16} \qquad Erro_{parcela} = 5.92\times 10^{-4}$$

$$1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{1}{5!}\cdot\left[\frac{5\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 10\cdot z}{16}\right] \ldots$$
$$+ \frac{1}{6!}\cdot\frac{6\cdot(8\cdot z^4 - 8\cdot z^2 + 1) + 15\cdot(2\cdot z^2 - 1) + 10}{32} + \frac{1}{7!}\cdot\left[\frac{21\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 35\cdot z}{64}\right] \ldots$$
$$+ \frac{1}{8!}\cdot\frac{28\cdot(8\cdot z^4 - 8\cdot z^2 + 1) + 56\cdot(2\cdot z^2 - 1) + 35}{128} + \frac{1}{9!}\cdot\left[\frac{84\cdot(4\cdot z^3 - 3\cdot z) + 126\cdot z}{256}\right]$$

$$C := \begin{pmatrix} \frac{245771}{245760} \\ \frac{147059}{147456} \\ \frac{23003}{46080} \\ \frac{49033}{276480} \\ \frac{1009}{23040} \end{pmatrix} \qquad P_4(z) := \sum_{i=0}^{4} \left(C_i\cdot z^i\right) \qquad P_4(1) = 2.71769$$

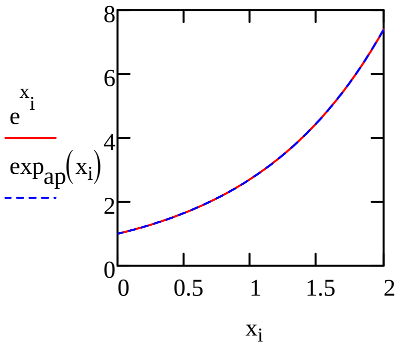
$$Erro_{maximo} := Erro_{parcela}\cdot\left(Erro_{parcela} + 2\cdot P_4(1)\right)$$

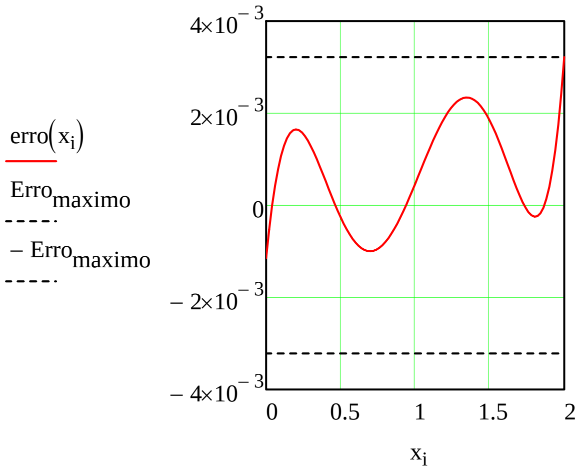
$Erro_{maximo} = 3.22\times 10^{-3}$ Módulo do Erro máximo **menor** do que o admissível

$$exp_{ap}(x) := P_4(1)\cdot P_4(x-1) \text{ collect } \rightarrow \frac{758149483\cdot x^4}{6370099200} + \frac{451583587\cdot x^3}{76441190400} + \frac{5307046381\cdot x^2}{8493465600} + \frac{65699025119\cdot x}{67947724800} + \frac{306114312413}{305764761600}$$

$$E(x) := e^x - exp_{ap}(x) \qquad \int_0^2 E(x)^2\,dx = 3.202\times 10^{-6} \qquad E(0) = -1.14\times 10^{-3} \qquad E(1) = 4.7\times 10^{-4}$$

$$i := 0..100 \qquad x_i := \frac{i}{50} \qquad erro(x) := e^x - exp_{ap}(x)$$




$$\varepsilon_i := \left|erro(x_i)\right|$$

$$\max(\varepsilon) = 3.22\times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{100} = 3.22\times 10^{-3}$$

$$Erro_{maximo} = 3.22\times 10^{-3}$$

## Terceiro Exemplo da Lista de Interpolação Polinomial

*Hougen & Watson* sugerem a expressão empírica abaixo para o cálculo do calor específico molar do gás nitrogênio : $C_P = 6.3 + 1.82\cdot 10^{-3}\cdot T - 0.345\cdot 10^{-6}\cdot T^2$, onde: $C_p$ : cal/gmol/K e T: Kelvin. Na faixa de 300 a 2100 K , o erro máximo do calor específico calculado por esta expressão é de 1.2 %.

a) determine a aproximação linear de $C_P$ que minimiza o máximo do erro adicional na faixa de 1000 a 2000 K;

b)Calcule o erro percentual máximo da aproximação proposta em a).

$$C_P(T) := 6.3 + 1.82\cdot 10^{-3}\cdot T - .345\cdot 10^{-6}\cdot T^2$$

## Aproximação Linear do calor específico do Nitrogênio

**Primeiro Método : minimização da integral do quadrado do erro**

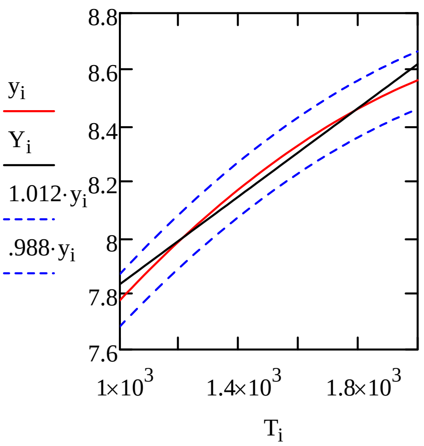
$$J(c) := \int_{1000}^{2000} \left[C_P(T) - \left(c_0 + c_1 \cdot T\right)\right]^2 dT$$

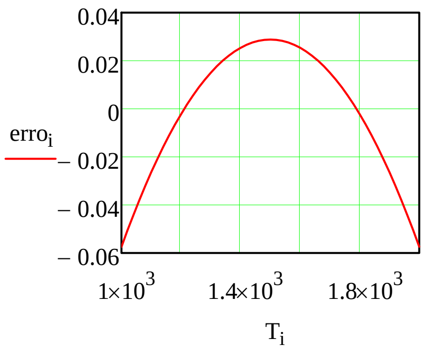
$$c0 := \begin{pmatrix} 6.3 \\ 1.82 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$c := \text{Minimize}(J, c0)$ $\quad c^T = \begin{pmatrix} 7.0475 & 7.85 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$ $\quad J(c) = 0.661$ $\quad c_{pL}(T) := c_0 + c_1 \cdot T$ $\quad E(T) := C_P(T) - c_{pL}(T)$

$i := 0 .. 50$

$T_i := 1000 \cdot \left(1 + \frac{i}{50}\right)$ $\quad y_i := C_P(T_i)$ $\quad Y_i := c_{pL}(T_i)$ $\quad erro_i := E(T_i)$



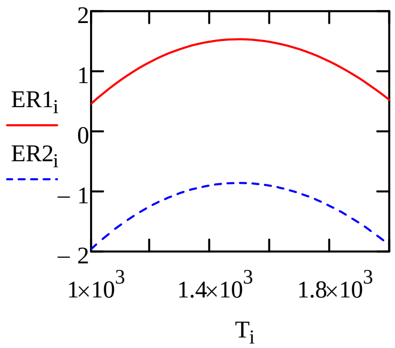

$m_i := |erro_i|$

$\max(m) = 0.058$

$$ER1_i := \left(1 - \frac{Y_i}{1.012 \cdot y_i}\right) \cdot 100$$

$$ER2_i := \left(1 - \frac{Y_i}{.988 \cdot y_i}\right) \cdot 100$$

Erro relativo (%)




$P1_i := |ER1_i|$ $\quad \max(P1) = 1.53$ $\quad \min(P1) = 0.455$

$P2_i := |ER2_i|$ $\quad \max(P2) = 1.963$ $\quad \min(P2) = 0.862$

**Segundo método: aproximação de $T^2$ pela *melhor* reta**

$T(z) := 500 \cdot (3 + z)$ $\quad T(z)^2 \text{ collect } \rightarrow 250000 \cdot z^2 + 1500000 \cdot z + 2250000$

Telescopagem:

$2250000 + 1500000 \cdot z + 250000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \text{ collect } \rightarrow 1500000 \cdot z + 2375000$ $\quad$ com erro: $\frac{250000}{2} \cdot .345 \cdot 10^{-6} = 0.043$

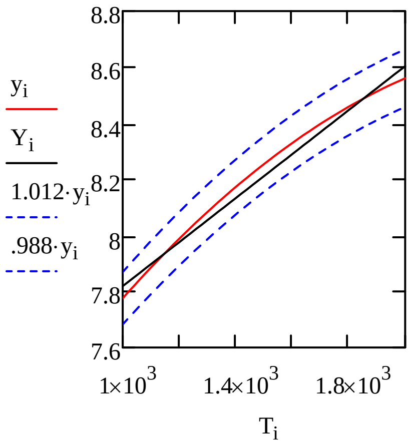
$$c_{pT}(T) := 6.3 + 1.82 \cdot 10^{-3} \cdot T - .345 \cdot 10^{-6} \cdot \left[2375000 + 1500000 \cdot \left(\frac{T}{500} - 3\right)\right] \text{ collect } \rightarrow 0.000785 \cdot T + 7.033125$$

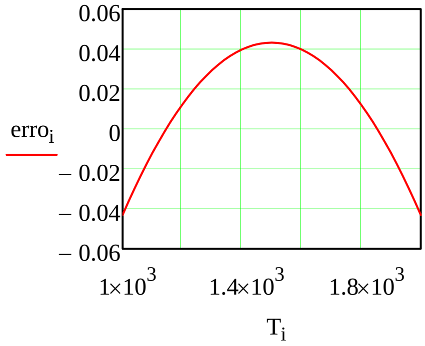
$E(T) := C_P(T) - c_{pT}(T)$ $\quad \int_{1000}^{2000} E(T)^2 \, dT = 0.868$

$i := 0 .. 50$

$T_i := 1000 \cdot \left(1 + \frac{i}{50}\right)$ $\quad y_i := C_P(T_i)$ $\quad Y_i := c_{pT}(T_i)$ $\quad erro_i := E(T_i)$

$$ER1_i := \left(1 - \frac{Y_i}{1.012 \cdot y_i}\right) \cdot 100 \qquad ER2_i := \left(1 - \frac{Y_i}{.988 \cdot y_i}\right) \cdot 100$$

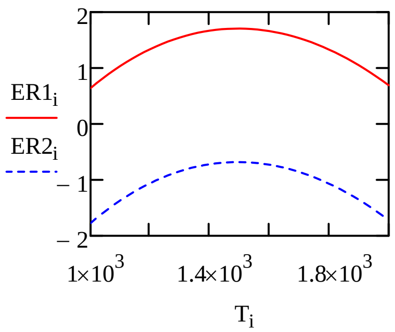



$m_i := |erro_i|$

$\max(m) = 0.043$

$\frac{\max(m)}{C_p(1000)} \cdot 100 = 0.55$




$P1_i := |ER1_i|$ $\max(P1) = 1.702$ $\min(P1) = 0.638$

$P2_i := |ER2_i|$ $\max(P2) = 1.776$ $\min(P2) = 0.686$

## Quarto Exemplo da Lista de Interpolação Polinomial

A variação do coeficiente de expansão térmica do alumínio na faixa de 0 a 100° C é dada por:

$$k(T) = 0.22 \cdot 10^{-4} \cdot T + 0.009 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 \quad \text{com} \quad T : {}^{o}C .$$

a) aproxime k(T) por uma constante, na mesma faixa de 0 a 100° C, de modo que o valor do erro máximo seja mínimo;

b) Calcule o valor médio de k(T) $\left[ \bar{k} = \frac{\int_0^{100} k(T) \cdot dT}{100} \right]$ e sua média aritmética (na mesma faixa de temperatura) e compare e discuta todos estes valores sugerindo que valor é o mais adequado!.

$$\text{Raizes\_Chebishev}(n,a,b) := \begin{array}{|l} \theta \leftarrow \frac{\pi}{2 \cdot n} \\ \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad \begin{array}{|l} r \leftarrow \cos[(2 \cdot j + 1) \cdot \theta] \\ x_{n-1-j} \leftarrow \frac{1-r}{2} \cdot a + \frac{1+r}{2} \cdot b \end{array} \\ x \end{array}$$

$$\text{Lagrange}(n,x,y,X) := \begin{array}{|l} Y \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \begin{array}{|l} p \leftarrow 1 \\ \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad p \leftarrow p \cdot \frac{X - x_j}{x_i - x_j} \text{ if } j \neq i \\ Y \leftarrow Y + p \cdot y_i \end{array} \\ Y \end{array}$$

$a := 0$ $b := 100$

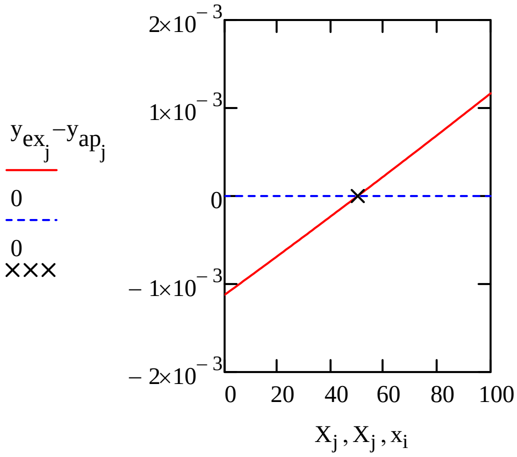
$n := 1$ $x := \text{Raizes\_Chebishev}(n,a,b)$ $x = (50)$

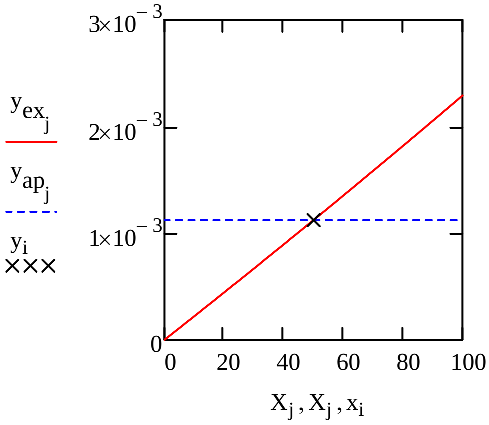
$k(T) := \left(.22 \cdot 10^{-4} + .009 \cdot 10^{-6} \cdot T\right) \cdot T$

$i := 0..n-1 \quad y_i := k(x_i)$ $\qquad Y(X) := \text{Lagrange}(n, x, y, X)$

$j := 0..100 \quad X_j := a + (b-a)\cdot\frac{j}{100}$

$yap_j := Y(X_j) \qquad yex_j := k(X_j)$




$k_{medio} := \frac{\int_0^{100} k(T)\, dT}{100} \qquad k_{medio} = 1.13 \times 10^{-3} \qquad e_j := \left| yex_j - k_{medio} \right| \qquad \max(e) = 1.16 \times 10^{-3}$

$k_{arit} := \frac{k(0) + k(100)}{2} \qquad k_{arit} = 1.145 \times 10^{-3} \qquad e_j := \left| yex_j - k_{arit} \right| \qquad \max(e) = 1.145 \times 10^{-3}$

$k_{min} := y_0 \qquad k_{min} = 1.1225 \times 10^{-3} \qquad e_j := \left| yex_j - k_{min} \right| \qquad \max(e) = 1.168 \times 10^{-3}$

$\frac{\int_0^{100} \left(k(T) - k_{medio}\right)^2 dT}{100} = 4.371 \times 10^{-7} \qquad \frac{\int_0^{100} \left(k(T) - k_{arit}\right)^2 dT}{100} = 4.373 \times 10^{-7} \qquad \frac{\int_0^{100} \left(k(T) - k_{min}\right)^2 dT}{100} = 4.371 \times 10^{-}$

## Quinto exercício da Lista de Interpolação Polinomial

Nas Tabelas abaixo apresentam-se os valores da condutividade térmica do $CO_2$ e da viscosidade do etileno glicol líquido a várias temperaturas:

| T (° F) | k (BTU/hr/ft/° F) |
|---|---|
| 32 | 0.0085 |
| 212 | 0.0133 |
| 392 | 0.0181 |
| 572 | 0.0228 |

| T (° F) | μ (lb/ft/hr) |
|---|---|
| 0 | 242.00 |
| 50 | 82.10 |
| 100 | 30.50 |
| 150 | 12.60 |
| 200 | 5.57 |

Determine, em cada caso, o polinômio interpolador de menor grau possível que assegure um erro relativo inferior a 1.00 % na faixa tabelada de T.

Observação: a dependência polinomial de $\mu$ com T é mais adequadamente expressa por $\ln(\mu)$.

(a) Condutividade Térmica do $CO_2$

$$T := \begin{pmatrix} 32 \\ 212 \\ 392 \\ 572 \end{pmatrix} \quad k := \begin{pmatrix} .0085 \\ .0133 \\ .0181 \\ .0228 \end{pmatrix}$$

$n := 2 \quad m := 0 \quad x_0 := T_m \quad y_0 := k_m \quad m := 2 \quad x_1 := T_m \quad y_1 := k_m \quad i := 0 .. 3$

$K_i := \mathrm{Lagrange}(n, x, y, T_i) \quad E_i := \left(1 - \frac{K_i}{k_i}\right) \cdot 100 \quad e_i := |E_i|$

$k^T = (0.009 \quad 0.013 \quad 0.018 \quad 0.023)$

$K^T = (0.009 \quad 0.013 \quad 0.018 \quad 0.023)$

$E^T = (0 \quad -0 \quad 0 \quad -0.439) \quad \max(e) = 0.439$ ERRO % MÁXIMO

(b) Viscosidade do Etileno glicol a várias temperaturas

$i := 0 .. 4 \quad T_i := i \cdot 50$

$$\mu := \begin{pmatrix} 242 \\ 82.1 \\ 30.5 \\ 12.6 \\ 5.57 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 100 \\ 150 \\ 200 \end{pmatrix} \quad z_i := \ln(\mu_i) \quad z = \begin{pmatrix} 5.489 \\ 4.408 \\ 3.418 \\ 2.534 \\ 1.717 \end{pmatrix}$$

$n := 2 \quad x := \begin{pmatrix} T_1 \\ T_3 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} z_1 \\ z_3 \end{pmatrix}$

$i := 0 .. 4 \quad Y_i := \exp(\mathrm{Lagrange}(n, x, y, T_i)) \quad E_i := 100 \cdot \left(1 - \frac{Y_i}{\mu_i}\right) \quad \varepsilon_i := |E_i| \quad \max(\varepsilon) = 13.4$ ERRO % MÁXIMO

$Y^T = (209.57 \quad 82.1 \quad 32.163 \quad 12.6 \quad 4.936)$

$n := 3 \quad x := \begin{pmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_4 \end{pmatrix}$

$Y_i := \exp(\mathrm{Lagrange}(n, x, y, T_i)) \quad E_i := 100 \cdot \left(1 - \frac{Y_i}{\mu_i}\right) \quad \varepsilon_i := |E_i|$

$\max(\varepsilon) = 1.146$ ERRO % MÁXIMO

$Y^T = (242 \quad 82.1 \quad 30.539 \quad 12.456 \quad 5.57)$

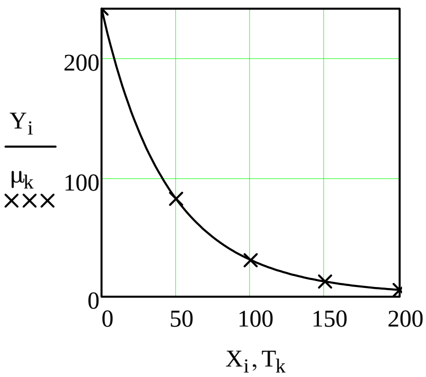
$n := 4 \quad x := \begin{pmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}$

$Y_i := \exp(\mathrm{Lagrange}(n, x, y, T_i)) \quad E_i := 100 \cdot \left(1 - \frac{Y_i}{\mu_i}\right) \quad \varepsilon_i := |E_i|$

$\max(\varepsilon) = 0.901$ ERRO % MÁXIMO

$Y^T = (242 \quad 82.1 \quad 30.775 \quad 12.6 \quad 5.57)$

$i := 0 .. 100 \quad X_i := 200 \cdot \frac{i}{100} \quad Y_i := \exp(\mathrm{Lagrange}(n, x, y, X_i)) \quad k := 0 .. 4$



## Sexto exercício da Lista de Interpolação Polinomial

A tabela abaixo mostra a dependência da pressão parcial do vapor de amônia com a temperatura a diferentes concentrações:

Concentração percentual molal da amônia

| Temperatura ($^o$ F) | 0 | 10 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 0.26 | 1.42 | 3.51 | 5.55 | 8.65 | 13.22 |
| 80 | 0.51 | 2.43 | 5.85 | 9.06 | 13.86 | 20.61 |
| 100 | 0.95 | 4.05 | 9.34 | 14.22 | 21.32 | 31.16 |
| 140 | 2.89 | 9.98 | 21.49 | 31.54 | 45.73 | 64.78 |
| 180 | 7.51 | 21.65 | 44.02 | 62.68 | 88.17 | 121.68 |
| 220 | 17.19 | 42.47 | 81.91 | 113.81 | 156.41 | 211.24 |
| 250 | 29.83 | 66.67 | 124.08 | 169.48 | 229.62 | 305.60 |

por interpolação linear nas duas variáveis independentes [temperatura e concentração] calcule as pressões parciais da amônia nos seguintes casos:

| T [$^o$ C] | 126.5 | 126.5 | 126.5 | 60.0 | 237.5 | 237.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Concentração Molal [%] | 28.8 | 6.7 | 25.0 | 0.00 | 17.6 | 35.0 |

$$T := \begin{pmatrix} 60 \\ 80 \\ 100 \\ 140 \\ 180 \\ 220 \\ 250 \end{pmatrix} \qquad X := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \\ 35 \end{pmatrix} \qquad P := \begin{pmatrix} .26 & 1.42 & 3.51 & 5.55 & 8.65 & 13.22 \\ .51 & 2.43 & 5.85 & 9.06 & 13.86 & 20.61 \\ .95 & 4.05 & 9.34 & 14.22 & 21.32 & 31.16 \\ 2.89 & 9.98 & 21.49 & 31.54 & 45.73 & 64.78 \\ 7.51 & 21.65 & 44.02 & 62.68 & 88.17 & 121.68 \\ 17.19 & 42.47 & 81.91 & 113.81 & 156.41 & 211.24 \\ 29.83 & 66.67 & 124.08 & 169.48 & 229.62 & 305.60 \end{pmatrix} \qquad \theta := \begin{pmatrix} 126.5 \\ 126.5 \\ 126.5 \\ 60 \\ 237.5 \\ 237.5 \end{pmatrix} \qquad C := \begin{pmatrix} 28.8 \\ 6.7 \\ 25 \\ 0 \\ 17.6 \\ 35. \end{pmatrix}$$

$$P_{interpolado}(\theta, C) := \begin{array}{|l} i \leftarrow 6 \\ j \leftarrow 5 \\ \text{for } n \in 0..6 \\ \quad \text{if } \theta < T_n \\ \qquad \begin{array}{|l} i \leftarrow n \\ \text{break} \end{array} \\ \text{for } n \in 0..5 \\ \quad \text{if } C < X_n \\ \qquad \begin{array}{|l} j \leftarrow n \\ \text{break} \end{array} \\ y_0 \leftarrow T_{i-1} \\ y_1 \leftarrow T_i \\ \Delta T \leftarrow y_1 - y_0 \\ x_0 \leftarrow X_{j-1} \\ x_1 \leftarrow X_j \\ \Delta X \leftarrow x_1 - x_0 \\ \text{for } n \in 0..1 \\ \quad \text{for } m \in 0..1 \\ \qquad A_{n,m} \leftarrow P_{i-1+n,\, j-1+m} \\ \alpha_0 \leftarrow \dfrac{y_1 - \theta}{\Delta T} \\ \alpha_1 \leftarrow \dfrac{\theta - y_0}{\Delta T} \\ \beta_0 \leftarrow \dfrac{x_1 - C}{\Delta X} \\ \beta_1 \leftarrow \dfrac{C - x_0}{\Delta X} \\ Y \leftarrow \displaystyle\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \left(\alpha_i \cdot \beta_j \cdot A_{i,j}\right) \\ Y \end{array}$$

$i := 0..5$ $\qquad$ $YY_i := P_{interpolado}\left(\theta_i, C_i\right)$

$YY^T = (34.66 \quad 6.083 \quad 25.694 \quad 0.26 \quad 94.528 \quad 266.283)$